Köln-Kolleg

Weiterbildungskolleg der Stadt Köln für berufserfahrene Erwachsene in Tagesform

Schulinterner Lehrplan zum Kernlehrplan

Mathematik

Stand: 15. Januar 2020

1 Inhaltsverzeichnis

1 Inhaltsverzeichnis ... 1

2 Methodisch-didaktische Grundlagen und Vereinbarungen ... 3

2.1 Umgang mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen im Fach Mathematik am Köln-Kolleg ... 3

2.2 Lernformen im 2. Bildungsweg ... 4

2.2.1 Allgemeines ... 4

2.2.2 Kooperative Lernformen ... 5

2.3 Fächerverbindende Unterrichtsvorhaben ... 6

2.3.1 Mathematik und Naturwissenschaften Biologie, Chemie, Physik ... 6

2.3.2 Mathematik und Physik ... 6

2.3.3 Mathematik und Biologie ... 7

2.3.4 Liste möglicher fächerverbindender Unterrichtsinhalte der E und Q-Phase ... 9

2.4 Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht ... 9

2.5 Sicherstellung der Umsetzung des schulinternen Lehrplans ... 11

3 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben ... 12

3.1 Einführungsphase ... 12

3.2 Qualifikationsphase Grundkurs ... 13

3.3 Qualifikationsphase Leistungskurs ... 15

4 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben ... 17

4.1 Einführungsphase ... 17

4.2 Qualifikationsphase Grundkurs ... 32

4.2.1 Grundkurs 3. Semester (Q1-GK-A1) ... 32

4.2.2 Grundkurs 4. Semester - 1. Quartal (Q2.1-GK-S1) ... 37

4.2.3 Grundkurs 4. Semester - 2. Quartal (Q2.2-GK-A2) ... 41

4.2.4 Grundkurs 5. Semester - 1. Quartal - 2. Quartal - 1. Hälfte (Q3.1-GK-G1) ... 46

4.2.5 Grundkurs 5. Semester - 2. Quartal - 2. Hälfte (Q3.2-GK-S2) ... 51

4.2.6 Grundkurs 6. Semester (Q4-GK-A3) ... 52

4.3 Qualifikationsphase Leistungskurs ... 57

4.3.1 Leistungskurs 3. Semester (Q1-LK-A1) ... 57

4.3.2 Leistungskurs 4. Semester - 1. Quartal (Q2.1-LK-S1) ... 68

4.3.3 Leistungskurs 4. Semester - 2. Quartal (Q2.2-LK-A2) ... 72

4.3.4 Leistungskurs 4. Semester - 2. Quartal (Ende) (Q2.2-LK-S2) ... 77

4.3.5 Leistungskurs 5. Semester - 1. Quartal - 2. Quartal - 1. Hälfte (Q3.1-LK-G1) ... 79

4.3.6 Leistungskurs 5. Semester - 2. Quartal - 2. Hälfte (Q3.2-LK-S2) ... 84

4.3.7 Leistungskurs 6. Semester (Q4-LK-A3) ... 85

5 Konzept zur Leistungsbewertung im Fach Mathematik am Köln-Kolleg ... 90

5.1 Vorbemerkungen ... 90

5.1.1 Rechtliche Grundlagen 90
5.1.2 Aufgaben des Leistungsbewertungskonzepts 90
5.2 Vorgehen bei der Leistungsbewertung 90
5.2.1 Grundsätze der Leistungsbewertung 90
5.2.2 Bewertungskriterien 91
5.2.3 Kompetenzerwartungen 92
5.3 Formen der Leistungsüberprüfung 92
5.3.1 Klausuren 92
5.3.2 Sonstige Mitarbeit 94
5.3.2.1 Mündliche Mitarbeit 94
5.3.2.2 Hausaufgaben 95
5.3.2.3 Schriftliche Übungen 95
5.3.2.4 Referate 95
5.3.3 Facharbeiten 95
6 Anhänge 97

2 Methodisch-didaktische Grundlagen und Vereinbarungen

2.1 Umgang mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen im Fach Mathematik am Köln-Kolleg

Die Studierenden haben wegen der großen Unterschiede z.B. aufgrund ihres sozialen Hintergrundes und ihrer bisherigen Bildungsbiografie sehr unterschiedliche Lernvoraussetzungen. Viele der Studierenden haben einen Migrationshintergrund und oft in ihren Herkunftsländern nicht durchgängig die Schule besuchen können. Andererseits gibt es auch Studierende, die eine außergewöhnliche Begabung in Mathematik zeigen.

Um dem erhöhten Förderungs- und Übungsbedarf von Studierenden, der über die Möglichkeiten im Mathematikunterricht hinaus gehen, gerecht zu werden, bietet das Köln-Kolleg verschiedene Unterstützungsmaßnahmen an. In der Einführungsphase bietet das „Mathe-Café“ den Studierenden die Möglichkeit, im Unterricht offenbar gewordene Wissenslücken zu schließen, durch Krankheit verpassten Unterrichtsstoff nachzuarbeiten oder zusätzliche Übungen oder die Hausaufgaben zu bearbeiten. Dies geschieht, betreut von einer Fachlehrkraft, in Freiarbeit. Im 3. und 4. Semester werden im Fach Mathematik Vertiefungskurse angeboten, die unterrichtsbegleitend u.a. die für das Verständnis des aktuell behandelten Stoffes notwendige Themen wiederholen, bei der Bearbeitung der Hausaufgaben helfen. Auch besonders begabte Studierende können sich dort mit vertiefenden Übungen auseinandersetzen.

Außerunterrichtlich vermittelt der ASTA des Köln-Kolleg auf Wunsch sogenannte „Lernpatenschaften“, bei denen ein Studierender eines höheren Semesters einem anderen Studierenden mit Förderungsbedarf Nachhilfe gibt. Der ASTA wird bei der Organisation (Anwerbung von Lernpaten, Kontaktherstellung mit Studierenden mit Förderungsbedarf) von einer Lehrkraft des Köln-Kolleg unterstützt.

Im regulären Mathematikunterricht werden existierende Unterschiede bei den Lernvoraussetzungen und im Umgang mit den Inhalten der Mathematik genutzt, indem schwächere Studierende mit stärkeren zusammenarbeiten. Dies bietet den schwächeren Studierenden die Möglichkeit, Übungen mit Unterstützung zu bearbeiten. Die stärkeren Studierenden vertiefen ihr Verständnis durch „Lernen durch Lehren“.

Um allen Studierenden transparent zu machen, welche Übungen ihrem Wissensstand und Verständnisgrad angemessen sind, werden diese von den Lehrkräften ihrem Schwierigkeitsgrad entsprechend gekennzeichnet. Dies ermöglicht Studierenden, sich gezielt mit Aufgaben zu beschäftigen, die weder eine Überforderung noch eine Unterforderung darstellen. Dadurch werden Frustrationen bzw. Langweile vermeiden.

Um besonders begabte Studierende zu fördern, beteiligt sich das Köln-Kolleg an zwei Projekten. Im Rahmen des Projektes „Schüler an die Uni“ können Studierende parallel zum Unterricht am Kolleg bereits Mathematikvorlesungen an der Universität Köln besuchen und dort sogar schon Credit Points für ein späteres Studium sammeln. Sollten die Vorlesungszeiten mit den Unterrichtszeiten kollidieren, können die Studierenden von diesem nach Absprache freigestellt werden. Das Projekt ProMiNat ist eine Kooperation des Forschungszentrum Jülich mit dem Ministerium für Schule und Weiterbildung, in dessen Rahmen Studierende der Weiterbildungskollegs ein einwöchiges Praktikum am Forschungszentrum Jülich im Bereich Mathematik, Naturwissenschaften und Informatik absolvieren können. Dies soll den Studierenden Hilfestellung bei der Berufsorientierung geben.

2.2 Lernformen im 2. Bildungsweg

2.2.1 Allgemeines

Da im 2. Bildungsweg in allen Klassen / Kursen Studierende mit sehr unterschiedlichen Bildungsbiographien (vom einfachen Hauptschulabschluss bis zur Fachhochschulreife) und damit sehr unterschiedlichen Lernvoraussetzungen im Fach Mathematik zusammen unterrichtet werden und diese Unterschiede nach Möglichkeit für den Unterricht nutzbar gemacht werden sollen, bieten sich im regulären Mathematikunterricht insbesondere kooperative Lernmethoden an. Partner- oder Gruppenarbeit findet durchgängig im Mathematikunterricht bei der Bearbeitung von Aufgabenstellungen durch die Studierenden Anwendung. Weitere kooperative Lernformen im Mathematikunterricht sind Gruppenpuzzle und Lernen durch Lehren oder Mischformen wie das Lerntempo-Duett. Die Methode des Lerntempoduett ist dabei als Arbeitsauftrag der der Gruppe Lerntechniken fester Bestandteil des Mathematikunterrichts im 1. Semester der Einführungsphase.

Andererseits sind die besonderen Anforderungen des Faches Mathematik und der dafür zur Verfügung stehende Zeitrahmen zu berücksichtigen. Im 2. Bildungsweg muss der komplette Inhalt des Mathematikunterrichtes der Sekundarstufe I, beginnend mit Klasse 7, innerhalb von weniger als 2 Semestern wiederholt und anschließend der gesamte Inhalt des Mathematikunterrichtes der Sekundarstufe II innerhalb von 4 Semestern in der Regel neu erarbeitet werden. Im Vergleich zum 1. Bildungsweg steht dafür also bedeutend weniger Zeit zur Verfügung. Demgegenüber sind Unterrichtsmethoden wie Wochenplanarbeit, Freiarbeit, Lernen an Stationen etc. besonders zeitintensive Methoden, sollen sie erfolgreich eingesetzt werden. Dies gilt insbesondere bei den vielfach sehr komplexen Inhalten der Mathematik. Ein umfangreicher Einsatz dieser Methoden im Mathematikunterricht würde zwingend dazu führen, dass die im Mathematikunterricht zu vermittelnden inhaltlichen und prozessbezogenen Kompetenzen von der Mehrheit der Studierenden nicht vollständig erworben werden könnten.

Von jeder Lehrkraft muss folglich sorgfältig abgewägt werden, ob und in welchem Umfang die oben genannten Methoden im Unterricht sinnvoll eingesetzt werden können. Ein solcher Einsatz kann immer nur stark begrenzt und punktuell erfolgen unter Berücksichtigung der unterrichteten Klasse/des unterrichteten Kurses und der zur Verfügung stehenden Unterrichtsstunden. Daher sind verbindliche Vorgaben durch das schulinterne Curriculum zum Einsatz dieser Methoden nicht sinnvoll.

Während sich im regulären Mathematikunterricht ein Einsatz der oben aufgeführten selbstständigen Arbeitsformen selten anbietet, findet der Unterricht im Vertiefungskurs Mathematik „Fit fürs Abi“ im 5. und 6. Semester und im „Mathe-Café“ in selbständigen Arbeitsformen statt.

Im Vertiefungskurs „Fit fürs Abi“ findet der Unterricht in Form einer angepassten Variante der Wochenplanarbeit statt. Die Studierenden erhalten zu Beginn des Semesters einen Semesterplan, in dem für jeden Unterrichtsblock festgelegt ist, welches Thema an Hand von Übungsaufgaben wiederholt werden soll. Von den für die jeweilige Stunde festgelegten Aufgaben müssen einige verpflichtend gelöst werden, einige stellen freiwillige vertiefende Übungen dar. Während der Stunde können die Studierenden in Gruppen-, Partner- oder Einzelarbeit die Aufgaben bearbeiten und ihre Lösungswege abgleichen. Der Lehrkraft steht bei Problemen und Fragen mit seiner Expertise zur Verfügung und kann gegebenenfalls auch in kleinen frontalen Unterrichtseinheiten ein Aspekt des aktuellen Themas im Unterrichtsgespräch wiederholen. Am Ende des Semesters müssen die Studierenden alle verpflichtenden Aufgaben bearbeitet haben.

Im „Mathe-Café“ findet der Unterricht weitestgehend in Form von Freiarbeit statt. Einzelne Studierende oder Studierendengruppen beschäftigen sich mit Unterstützung durch eine Fachlehrkraft selbständig mit von ihnen gewählten mathematischen Problemstellungen und Aufgaben.

2.2.2 Kooperative Lernformen

Der Mathematikunterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit. Insbesondere bieten sich an

- **Gruppenpuzzle** z.B. bei
  - verschiedenen Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme (E-G1),
  - Extremwertaufgaben (Q1-A1.D),
  - Steckbriefaufgaben (Q1-A1.E),
  - orientierten Flächen (Q2.2-GK-A2.C bzw. Q1-LK-A1.H);
- **Stille Post** z.B. bei
  - Zuordnung von Graphen zu Funktionstermen und umgekehrt (E-A*),
  - Interpretation von Graphen im Sachzusammenhang (spiralig),
  - graphisches Differenzieren (Q1-A1.A);
- **Partnerinterviews** z.B. bei
  - Scheitelpunktform (E-A2),
  - Exponentialfunktionen (E-A3);
- **Strukturlegetechnik** z.B. bei
  - quadratischen Funktionen (E-A2),
  - Nullstellen ganzrationaler Funktionen (E-A4);
- **Lerntempoduett** z.B. bei
  - Einführung der Exponentialfunktionen (E-A3).

Im Rahmen des Methodentrainigskonzeptes ist verbindlich festgelegt, dass Mathematik die kooperative Lernform des Lerntempoduetts in der Einführungsphase vorstellt, einführt und anwendet.

2.3 Fächerverbindende Unterrichtsvorhaben

Als Grundlagenwissenschaft bietet sich für das Fach Mathematik eine enge Vernetzung mit den Naturwissenschaften Fächern Physik, Biologie und Chemie an.

2.3.1 Mathematik und Naturwissenschaften Biologie, Chemie, Physik

Anwendungsorientiertes Verständnis von Graphen / Grenzen mathematischer Modelle zur Beschreibung der Realität

Im Mathematikunterricht werden an Hand von Anwendungsbeispiele aus den Naturwissenschaften die Grenzen mathematischer Modelle zur Beschreibung realer funktionaler Zusammenhänge thematisiert.

Durch eine enge Vernetzung von Mathematik und naturwissenschaftlicher Anwendung, sollen die Studierenden begreifen, dass die Mathematik die wichtigste Hilfsdisziplin für die Naturwissenschaften darstellt. Des Weiteren sollen die Studierenden durch die konkrete Anwendung mathematischer Kompetenzen über die Fächergrenzen hinaus motiviert werden.

Die Lehrkräfte haben sich auf folgende Themen geeinigt (Konkretisierung in Planung)

- **Physik**: z.B. Wurfparabeln unter Beachtung des Luftwiderstandes
- **Biologie**: z.B. Lotka-Volterra-Regeln für Räuber-Beute-Beziehungen für die Populations-dynamik
- **Chemie**: z.B. die Nicht-Messbarkeit der Realität

Die Lehrkräfte der Fächer Biologie, Chemie. Physik und Mathematik werden zur Konkretisierung vor dem 1. und 3. Semester Absprachen über konkrete Anwendungsbeispiele treffen, die dann sowohl im Fach Mathematik, als auch in der anderen Naturwissenschaft behandelt werden.

2.3.2 Mathematik und Physik

- **Interpretation von Graphen im Sachzusammenhang**

  Im Mathematikunterricht wird die Interpretation von Graphen im Sachzusammenhang u.a. anhand von Beispielen aus der Physik thematisiert, die in der Einführungsphase behandelt werden (z.B. freier Fall von Kugeln, gleichförmige Bewegung bei Fahrt mit Tempomat, Analyse von Wurfbewegungen des senkrechten und waagerechten Wurfs).

  Zur Vorbereitung und zum Treffen von Absprachen treffen sich die Fachlehrkräfte der Fächer Mathematik und Physik vor dem 1. Semester und 2. Semester.

- **Quadratische Funktionen und Wurfbewegungen im Sport und Alltag**

  In dem Fach Physik sollen die Studierenden eigenständig Experimente zur Analyse von Bewegungen auswerten und begründen, welche physikalischen Größen bei diesen Bewegungen – unter Berücksichtigung des Kraftbegriffs – zu berücksichtigen sind. Zentrale Basalthemen des Fachs Physik beziehen sich dabei auf Wurfbewegungen des senkrechten und waagerechten Wurfs.

  Für die experimentell-physikalische Beschreibung werden modellhaft die quadratischen Funktionen und deren Koordinatengleichungen aus dem Fach Mathematik verwendet. Der fächerverbindende Aspekt wird im Unterrichts-geschehen als Anlass genutzt, damit die Studierenden kompetenzorientierte Arbeitsweisen mit diversen Alltags- und Anwendungsbezügen als Lernzuwachs nutzen. Auch die Verwendung des grafikfähigen Taschenrechners sowie die

Einbindung von neuen Medien erweist sich im Hinblick auf den Lernzuwachs als unterstützend. Beispielsweise wird der waagerechte Wurf durch eine zunächst allgemeine Koordinatengleichung einer quadratischen Funktion beschrieben, deren Koeffizienten noch zu bestimmen sind. Eine Messwertaufnahme, die durch einen geeigneten Versuchsaufbau und durch die Verwendung des Smartphones gelingen kann, kombiniert das Experiment aus der Physik mit den mathematischen Funktionen des grafikfähigen Taschenrechners. Die Messwertdarstellung kann in diesem Fall direkt und simultan mit der Videoanalyse geschehen. Durch das Lösen eines aus den Messwerten hervorgehenden Linearen Gleichungssystems (LGS), können die unbekannten Parameter der Koordinatengleichung bestimmt und hinsichtlich ihrer physikalischen Bedeutung interpretiert werden. Die Anwendungskontexte „Turmspringer“ (waagerechter Anlauf), „Wasserstrahl“ und „rollende Kugel“ dienen hierzu als geeignete Inhalte. Durch diese fächerverbindende Öffnung des Unterrichtsgeschehens kann zugleich binnendifferenziert gearbeitet werden, indem leistungsstarke Studierende sogar die Erdbeschleunigung oder auch die Gravitationskraft als Ursache der Bewegung nachweisen.

Zur Vorbereitung und zum Treffen von Absprachen treffen sich die Fachlehrkräfte der Fächer Mathematik und Physik vor dem 1. und 3. Semester.

- **Äquivalenzumformungen**

  Das Lösen von linearen oder quadratischen Gleichungen wird u.a. anhand von Aufgaben mit einem physikalischen Kontext geübt (z.B. Zusammenhang zwischen dem Gesamtwiderstand R bei in Reihe oder parallel geschalteten Einzelwiderständen R_1 und R_2). Die aus der Mathematik eingeübten Äquivalenzumformungen werden dabei zur Umstellung physikalischer Formeln verwendet.

2.3.3 Mathematik und Biologie

Verbindung der mathematischen „Interpretation von Graphen im Sachzusammenhang / Funktionsuntersuchung“ mit der biologischen „Beschreibung von Graphen“

Begründung

Viele Biologieaufgaben beginnen mit dem Operator „beschreiben“. Das Beschreiben von Diagrammen, insbesondere von Kurven, sind feste Bestandteile einer jeden materialgestützten Biologieklausur. Aus diesem Grunde sollen die Studierenden das Beschreiben von Kurven regelmäßig bis zum Abitur üben. Den Studierenden fällt es am Anfang schwer, die wesentlichen Informationen aus den Graphen herauszulesen und den Verlauf eines Graphen kurz und genau zu beschreiben. Hier kann die Fachsprache aus dem Mathematikunterricht und ein grundlegendes Verständnis für Funktionen helfen.

Im Mathematikunterricht werden im Bereich der Analysis intensiv Funktionen allgemein und verschiedene Funktionstypen im Speziellen besprochen. Studierende wünschen sich hierbei meist einen Sachzusammenhang aus ihrer Lebenswelt.

Die Verbindung von Kurvenbeschreibung im Biologieunterricht und die Untersuchung von Funktionen mit biologischem Sachzusammenhang bieten sich daher an.

Umsetzung

Die Analysis wird im Mathematikunterricht sowohl in der E-Phase als auch in der Q-Phase behandelt. Graphen sind im Biologieunterricht im allen Themenbereich Zytologie, Genetik, Ökologie, Evolution und Neurobiologie wesentlicher Bestandteil des Materials. Unabhängig davon, ob im Mathematik- und Biologieunterricht die fächerverbindenden Inhalte zeitgleich unterrichtet werden können Einzelthemen eng verbunden werden. Hierbei empfiehlt sich eine Absprache zwischen der Biologie- und

Mathematiklehrkräften einer Klasse oder Stufe. So können z.B. gleiche Funktionsgraphen sowohl im Biologieunterricht als auch Mathematikunterricht betrachtet werden ohne großen zusätzlichen zeitlichen Aufwand.

Daher entwickeln die betroffenen Lehrkräfte in Biologie und Mathematik vor dem 1. und 3. Semester eine Liste mit gemeinsam verwendeten Fachbegriffen und gemeinsam behandelten Anwendungszusammenhängen. Diese müssen dabei nicht zwingend gleichzeitig behandelt werden. Insbesondere wird der aktuell bei den Studierenden vorhandene Kenntnisstand abgeglichen.

2.3.4 Liste möglicher fächerverbindender Unterrichtsinhalte der E und Q-Phase

Mögliche fächerverbindende Unterrichtselemente	**aus dem Biologieunterricht**	**aus dem Mathematikunterricht**
der E-Phase	Beschreibung von Graphen unter Verwendung von Fachbegriffen aus dem Mathematikunterricht, z.B.: Beschreiben von Punkten: Koordinatenangabe, Schnittpunkte mit Koordinatenachsen Beschreiben von Kurvenverläufe: linear, exponentiell, monoton steigend/ fallend, ...	Themen, die auch einen biologischem Sachzusammenhang erlauben: Kurven als Darstellung funktionaler Zusammenhänge Lineare Funktionen Exponentialfunktionen Betrachten von Intervallen und besonderen Punkten von Funktionen
der Q-Phase	Erkennen der Bedeutung wesentlicher Punkte in einer Funktion: Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrempunkten z.B. bei Optimumskurven, Wendepunkten bei Wachstumskurven	Toleranzkurven als ganzrationalen Funktionen Sättigungskurven Wachstumskurven als Exponentialfunktionen Thematisierung des realen Bezuges von Graphen

2.4 Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht

Gerade im Mathematikunterricht mit seinen oft abstrakten Inhalten ist eine einfache und vielseitige Möglichkeit zur Visualisierung und Veranschaulichung unschätzbar. Genau dies ermöglichen die digitalen Medien, die am Köln-Kolleg einsetzbar sind, in großer Vielfalt.

Mithilfe der der in jedem Klassenraum vorhandenen Präsentationsmöglichkeit

- können mit GeoGebra abstrakte Prozesse wie Grenzübergänge anschaulich gemacht werden (z.B. der Übergang von der Sekante zur Tangente; die Verwendung von Unter- und Obersumme zur Berechnung von Flächen unter Graphen).
- können Graphen von Funktionen oder Funktionenscharen an der Tafel dargestellt und untersucht, verändert und beschriftet werden. Z.B. können mehrere sich ergänzende Tafelbilder hintereinander abgelegt und nacheinander aufgedeckt werden. Bei Funktionenscharen können die Wirkung des Parameters auf die Graphen untersucht und die Ortskurven von Extrem- oder Wendepunkten dargestellt werden.

- können schriftlich angefertigte Hausaufgaben mit Hilfe der Dokumentenkamera schnell und bequem auf der Tafel präsentiert werden Diese können dann bearbeitet, ergänzt und korrigiert werden.
- kann die Handhabung des GTR entweder mit Hilfe der Simulationssoftware auf dem PC oder unter Verwendung der Dokumentenkamera erklärt werden.
- können Arbeitsergebnisse auf dem Display des GTR schnell und bei Bedarf präsentiert werden.
- können Übungen in sehr unterschiedlichen und abwechslungsreichen interaktiven Formaten gestaltet werden, z.B. eine Übung zum Aufstellen von Gleichungen wie das Fernsehquiz „Der Große Preis“
- können interaktive Arbeitsblätter, z.B. von GeoGebra, im Plenum gezeigt und bearbeitet werden.
- können Arbeitsergebnisse, die in digitaler Form vorliegen, präsentiert werden.

Durch den Einsatz von iPads im Unterricht

- können geeignete Lernvideos zu mathematischen Themen binnendifferenziert zur Erarbeitung neuer oder Wiederholung bekannter Inhalte eingesetzt werden. Studierende können sich mit Hilfe von Tablets darüber hinaus arbeitsteilig verschiedene Inhalte aneignen, die dann kommuniziert werden, wie es z.B. im Rahmen eines Gruppenpuzzles zu den Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme mit 2 Variablen notwendig ist.
- können Problemstellungen arbeitsteilig oder binnendifferenziert mit digitalen Werkzeugen (GTR, Applets) bearbeitet, und Arbeitsergebnisse ausgetauscht werden.
- können dynamische Arbeitsblätter zur Erarbeitung mathematischer Problemstellungen binnendifferenziert und bei Bedarf zusätzlich arbeitsteilig eingesetzt werden (Bedeutung der Formvariablen bei linearen und quadratischen Funktionen, bei Exponentialfunktionen).
- können mit geeigneten Applets eigene Lernvideos (z.B. zur den Lösungsverfahren zu quadratischen Gleichungen) erstellt werde.

Durch den Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht (GTR, Applets wie z.B. GeoGebra)

- können die Studierenden bei der Bearbeitung komplexer Problemstellungen in anspruchsvollen Anwendungszusammenhängen von Rechenroutinen (Lösen von Gleichungen, linearen Gleichungssystemen, Berechnung von Integralen, von Null-, Extrem- oder Wendestellen von Funktionen etc.) entlastet werden[1]. Der Fokus kann auf die Entwicklung von Lösungsstrategien gerichtet werden. Darüber hinaus ist es möglich, bei Problemstellungen komplexere mathematische Modelle zur Beschreibung realer Vorgänge oder Gegebenheiten zu verwenden, da es nicht mehr Vorrausetzung sein muss, dass die bei der Lösung auftretenden Gleichungen etc. mit Hilfe von den Studierenden bekannten Verfahren lösbar sind.
- können Zufallsexperimente simuliert und so Wahrscheinlichkeiten bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilungen experimentell ermittelt / überprüft werden oder der Zusammenhang zwischen relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten (Empirisches Gesetz der großen Zahlen) entwickelt werden.

[1] Gebrauch von graphikfähigen Taschenrechnern im Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe und des Beruflichen Gymnasiums, RdErl. d. Ministeriums für Schule und Weiterbildung v. 27.06.2012 (523-6.08.01-105571)

2.5 Sicherstellung der Umsetzung des schulinternen Lehrplans

Die verbindliche Umsetzung der schulinternen Lehrpläne ist sichergestellt, weil:

- mindestens einmal jährlich die Lehrpläne auf einer Fachkonferenz evaluiert werden,
- die Fachkonferenz festgelegt hat, dass die zweite Klausur des 2. Semesters als Parallelklausur geschrieben wird,
- in der Einführungsphase ein Mathematik-Café und in allen Semestern der Qualifikationsphase Vertiefungskurse eingerichtet werden und zu deren effektiver Durchführung Absprachen und Abgleiche zwischen den Lehrkräften dieser Zusatzkurse und denen des regulären Klassen- und Kursunterrichts stattfinden,
- die Kurse der Qualifikationsphase regelmäßig aus allen parallelen Klassen der Einführungsphase gemischt werden,
- zweimal im Jahr eine schriftliche Abiturprüfung im Rahmen des Zentralabiturs stattfindet,
- die Schulleitung Einsicht gemäß §22 ADO in die geschriebenen Klausuren nimmt und dies im Rahmen eines Prozesses zur Förderung der Unterrichtsentwicklung und Teambildung in der Fachkonferenz geschieht.

3 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

3.1 Einführungsphase

Einführungsphase			
Unterrichts-vorhaben	**Thema**	**Kompetenzen**	**Blöcke**
E-A1	Lineare Funktionen	Vermuten Begründen Diskutieren	10 - 12
E-G1	Lineare Gleichungssysteme	Problemlösen Werkzeuge nutzen	4 - 6
E-A2	Quadratische Funktionen	Problemlösen Werkzeuge nutzen	13 - 15
E-S1	Grundlagen der Stochastik	Modellieren Kommunizieren Werkzeuge nutzen	10 - 12
E-A3	Exponentialfunktionen	Modellieren Kommunizieren Werkzeuge nutzen	6 - 8
E-A4	Rationale Funktionen	Problemlösen Werkzeuge nutzen	10 - 12
E-A5	Ableitungsbegriff	Kommunizieren Argumentieren Werkzeuge nutzen	3 - 6
		Summe:	56 - 71

3.2 Qualifikationsphase Grundkurs

Qualifikationsphase Grundkurs			
Unterrichts-vorhaben	**Thema**	**Kompetenzen**	**Blöcke**
Q1-GK-A1.A	Funktion und Ableitungsfunktion	Werkzeuge nutzen Argumentieren Problemlösen	2 - 5
Q1-GK-A1.B	Ableitungen bestimmen	Werkzeuge nutzen Modellieren Kommunizieren	2 - 4
Q1-GK-A1.C	Anwendung der Ableitung	Werkzeuge nutzen Modellieren Problemlösen	5 - 7
Q1-GK-A1.D	Extremalprobleme	Problemlösen Kommunizieren Argumentieren	2 - 4
Q1-GK-A1.E	Steckbriefaufgaben	Problemlösen Modellieren Werkzeuge nutzen	3 - 4
Q2.1-GK-S1.A	Zufallsvariablen	Modellieren Problemlösen Werkzeuge nutzen	3 - 6
Q2.1-GK-S1.B	Binomialverteilung	Problemlösen Modellieren Kommunizieren	3 - 6
Q2.1-GK-S1.C	Hypothesen testen	Modellieren Problemlösen	1 - 2
Q2.2-GK-A2.A	Der Begriff des Integrals	Problemlösen Werkzeuge nutzen	2 - 3
Q2.2-GK-A2.B	Die Integralfunktion	Modellieren Argumentieren Problemlösen	2 - 3
Q2.2-GK-A2.C	Berechnung von Integralen	Problemlösen	2
Q2.2-GK-A2.D	Anwendung von Integralen	Modellieren Problemlösen	5
Q3.1-GK-G.A	Vektoren im IR^3	Modellieren Problemlösen Werkzeuge nutzen	5 - 6
Q3.1-GK-G.B	Das Skalarprodukt	Problemlösen Werkzeuge nutzen	3 - 5

Q3.1-GK-G.C	Geraden im Raum	Problemlösen Argumentieren Kommunizieren	2 - 5
Q3.1-GK-G.D	Ebenen im Raum	Problemlösen Kommunizieren Werkzeuge nutzen	3 - 5
Q3.2-GK-S2.A	Stochastische Matrizen	Modellieren Problemlösen	2 - 5
Q4-GK-A3.A	natürliche Exponentialfunktion (Grundlagen)	Werkzeuge nutzen Modellieren Argumentieren	3 - 4
Q4-GK-A3.B	natürliche Exponentialfunktion (Differentialrechnung)	Modellieren Problemlösen Kommunizieren	2 - 3
Q4-GK-A3.C	natürliche Exponentialfunktion (Extremwertaufgaben)	Problemlösen Kommunizieren Argumentieren	2
Q4-GK-A3.D	natürliche Exponentialfunktion (Integralrechnung Grundlagen)	Problemlösen	1
Q4-GK-A3.E	natürliche Exponentialfunktion (Anwendung der Integralrechnung)	Modellieren Problemlösen	2
		Summe:	57 - 89

3.3 Qualifikationsphase Leistungskurs

Qualifikationsphase Leistungskurs			
Unterrichts-vorhaben	**Thema**	**Kompetenzen**	**Blöcke**
Q1-LK-A1.A	Funktion und Ableitungsfunktion	Werkzeuge nutzen Argumentieren Problemlösen	5 - 7
Q1-LK-A1.B	Ableitungen bestimmen	Werkzeuge nutzen Modellieren Kommunizieren	4 - 5
Q1-LK-A1.C	Anwendung der Ableitung	Werkzeuge nutzen Modellieren Problemlösen	5 - 7
Q1-LK-A1.D	Extremalprobleme	Problemlösen Kommunizieren Argumentieren	2 - 4
Q1-LK-A1.E	Steckbriefaufgaben	Problemlösen Modellieren Werkzeuge nutzen	3 - 4
Q1-LK-A1.F	Der Begriff des Integrals	Problemlösen Werkzeuge nutzen	3 - 5
Q1-LK-A1.G	Die Integralfunktion	Modellieren Argumentieren Problemlösen	3 - 5
Q1-GLK-A1.H	Berechnung von Integralen	Problemlösen	2
Q1-LK-A1.I	Anwendung von Integralen	Modellieren Problemlösen	5
Q1-LK-A1.J	Exponential- und Logarithmusfunktionen (Grundlagen)	Werkzeuge nutzen Modellieren Kommunizieren	5 - 6
Q2.1-LK-S1.A	Zufallsvariablen	Modellieren Problemlösen Werkzeuge nutzen	3 - 6
Q2.1-LK-S1.B	Binomialverteilung	Problemlösen Modellieren Kommunizieren	5 - 7
Q2.1-LK-S1.C	Hypothesen testen	Modellieren Problemlösen	4 - 5
Q2.2-LK-A2.A	natürliche Exponentialfunktion (Grundlagen)	Werkzeuge nutzen Modellieren Argumentieren	3 - 4

Q2.2-LK-A2.B	natürliche Exponentialfunktion (Differentialrechnung und Anwendungen)	Modellieren Problemlösen Kommunizieren	5 - 6
Q2.2-LK-A2.C	natürliche Exponentialfunktion (Integralrechnung Grundlagen)	Problemlösen	4 - 5
Q2.2-LK-A2.D	natürliche Exponentialfunktion (Anwendung der Integralrechnung)	Modellieren Problemlösen	5
Q2.2-LK-S2.A	Die Normalverteilung	Problemlösen Modellieren Kommunizieren	5 - 7
Q3.1-LK-G.A	Vektoren im IR^3	Modellieren Problemlösen Werkzeuge nutzen	5 - 6
Q3.1-LK-G.B	Das Skalarprodukt	Problemlösen Werkzeuge nutzen	4 - 6
Q3.1-LK-G.C	Geraden im Raum	Problemlösen Argumentieren Kommunizieren	5 - 7
Q3.1-LK-G.D	Ebenen im Raum / Abstände	Problemlösen Kommunizieren Werkzeuge nutzen	8 - 10
Q3.2-LK-S2.A	Stochastische Matrizen	Modellieren Problemlösen	2 - 5
Q4-LK-A3.A	Die natürliche Logarithmusfunktion (Eigenschaften und Ableitungsregeln)	Werkzeuge nutzen Modellieren Kommunizieren	1 - 2
Q4-LK-A3.B	Die natürliche Logarithmusfunktion (Differentialrechnung und Anwendung)	Problemlösen Modellieren Kommunizieren	3 - 4
Q4-LK-A3.C	Die natürliche Logarithmusfunktion (Integralrechnung Grundlagen)	Problemlösen	1 - 2
Q4-LK-A3.D	Die natürliche Logarithmusfunktion (Anwendung der Integralrechnung)	Modellieren Problemlösen	2 - 3
		Summe:	102 - 140

4 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

4.1 Einführungsphase

Funktionen und Analysis 1 (E - A1)

Thema: Lineare Funktionen (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Studierenden • beschreiben Eigenschaften von linearen Funktionen, • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten und Anwendungskontexten, • interpretieren und bestimmen Parameter von linearen Funktionen im Anwendungszusammenhang, • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen [fakultativ: Exponentialfunktionen], • untersuchen geometrische Sachverhalte mithilfe linearer Funktionen. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Argumentieren*** *Die Studierenden …*	• **Reelle Funktionen** • Funktionsbegriff • Funktionsterm, Wertetabelle, Zuordnungsvorschrift, Funktionsgraph, Definitions- und Wertebereich • Interpretation von Graphen im Sachzusammenhang *Konkretisierung z.B. durch sprachsensible Hilfestellungen wie beispielsweise die Erarbeitung und /oder Darreichung von Textbausteinen.* *Konkretisierung z.B. durch arbeitsteilige Gruppenarbeit mit Ringtausch der Ergebnisse zur Beschreibung und Rekonstruktion von Graphen (Stille Post).* *Konkretisierung z.B. durch Erarbeitung von Bedeutungen von Eigenschaften von Graphen im Sachzusammenhang im Rahmen eines Stationenlernens.* *Konkretisierung z.B. durch Behandlung von Anwendungsbeispielen aus der Physik oder Biologie; Thematisierung der Grenzen mathematischer Modelle zur Beschreibung realer Prozesse.*

• stellen Vermutungen auf *(Vermuten)*,
• unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)*,
• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)*,
• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)*.
 	
Kommunizieren
Die Studierenden …
• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen […] sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)*,
• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)*,
• verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)*,
• nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehaften Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung *(Diskutieren)*,
• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*.
 	
Werkzeuge nutzen
Die Studierenden …
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge […] zum Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle […].
	• **Lineare Funktionen**
	  • Begriff der linearen Funktion
	  • Graph einer linearen Funktion
	  • Steigung einer linearen Funktion [Begriff der Änderungsrate]
	  • Geometrische Bedeutung der Parameter
	  Konkretisierung z.B. durch Einsatz dynamischer Arbeitsblätter für GeoGebra mittels iPads in Partnerarbeit, gegebenenfalls binnendifferenziert.
	  • Bestimmung von Geradengleichungen
	  Konkretisierung z.B. durch fächerverbindende Anwendungs-beispiele aus der Physik (gleichförmige Bewegung (Tempomat), gleichmäßige Beschleunigung).
	  • orthogonale Geraden
	  • Relative Lage von Geraden/ Schnittpunkt (fakultativ: Schnitt-winkel)
	  Konkretisierung z.B. durch den Einsatz von Wimmelkarten zur sprachsensiblen Unterstützung.
	  Konkretisierung z.B. durch fächerverbindende Anwendungen aus VWL (Marktmodelle).
	Konkretisierung z.B. durch den Einsatz von Fermi-Karten in Kleingruppen.
	• **Unterrichtsmethode als Arbeitsauftrag der Gruppe Lerntechniken**
	  • Vorstellung und Einübung der Methode Lerntempo-Duett im Mathematikunterricht

	Mögliche Anwendung in Übungs-, Vertiefungs- und Anwendungsphasen mit geeigneten binnendifferenzierten Arbeitsblättern

Analytische Geometrie und lineare Algebra (E – G1)

Thema: Lineare Gleichungssysteme (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar,
• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme,
• wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,
• deuten eindeutige Lösungen von linearen Gleichungssystemen im Anwendungskontext.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Problemlösen
Die Studierenden
• erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)*,
• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)*,
	• **Lineare Gleichungssysteme**
	  • Lösen von LGS $n \geq 2$ in Matrix-Schreibweise mit dem Gauß-Algorithmus
	  Konkretisierung z.B. durch ein Gruppenpuzzle zur Erarbeitung der verschiedenen Lösungsstrategien für ein LGS mit n=2
	  Konkretisierung z.B. durch Einsatz von Lernvideos zur binnendifferenzierten selbständigen Erarbeitung, eventuell auch arbeitsteilig oder in Form eines Gruppenpuzzles
	  • Lösen von LGS mit dem GTR
	  • Anwendungen
	  Konkretisierung z.B. durch Erarbeitung (im Schwierigkeitsgrad oder in der sprachlichen Komplexität) binnendifferenzierter Anwendungsaufgaben in Partnerarbeit.
	  Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.

• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung *(Reflektieren)*. ***Werkzeuge nutzen*** *Die Studierenden* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge […] zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen […], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.	

Funktionen und Analysis 2 (E - A2)

Thema: Quadratische Funktionen (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• beschreiben Eigenschaften quadratischer Funktionen,
• verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten und Anwendungskontexten,
• interpretieren und bestimmen Parameter von quadratischen Funktionen im Anwendungszusammenhang,
• wenden einfache Transformationen auf quadratische Funktionen an.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren
Die Studierenden
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)*,
• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)*,
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*.
Problemlösen
	• **Quadratische Funktionen und Parabeln**
	  • Normalparabel
	  • Achsenparallele Verschiebung der Normalparabel
	  • Streckung der Normalparabel in y-Richtung
	  • Spiegelung der Normalparabel an der x-Achse
	  • Scheitelpunktform, Polynomform
	  Konkretisierung z.B. durch Einsatz dynamischer Arbeitsblätter für GeoGebra mittels iPads in Partnerarbeit, gegebenenfalls binnen-differenziert.
	  • Nullstellen, y- Achsenabschnitt
	  • Lagebeziehung von Parabeln und Geraden und zwei Parabeln
	  • Anwendungen von Parabeln
	  Konkretisierung z.B. fächerverbindende Anwendungsbeispiele aus der Physik (Wurfbewegung: senkrechter, waagerechter, schräger Wurf, gleichförmig beschleunigte Bewegung). Thematisierung der Grenzen mathematischer Modelle zur Beschreibung realer Prozesse (z.B. Wurfparabel mit Luftwiderstand).
	  Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.
	  • Steckbriefaufgaben

Die Studierenden • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)*, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)*, • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*. ***Werkzeuge nutzen*** *Die Studierenden* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge […] zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle […].	*Konkretisierung z.B. durch das Lerntempoduett mit Bearbeitung von im Schwierigkeitsgrad und sprachlich differenzierten Aufgaben mit realem Bezug.* • Extremwertaufgaben • Lösen von quadratischen Gleichungen (p-q-Formel, Ausklammern, GTR) *Konkretisierung z. B. durch selbstständiges Erarbeiten von Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen durch den Einsatz von Lernvideos u.a. von Klett.* *Konkretisierung z. B. durch Produktion eigener Lernvideos.* • Eigenschaften von Parabeln (Symmetrie, Verhalten im Unendlichen)

Stochastik (E - S1)

Thema:	**Grundlagen der Stochastik (Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.)** *Konkretisierung durch sprachsensible Aufarbeitung des Unterrichtsmaterials z.B. durch Visualisierung, sprachliche Vereinheitlichung, Formulierungshilfen.*
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• deuten Alltagssituationen als Zufallsexperiment,
• simulieren Zufallsexperimente,
• verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen,
• beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeiten anhand der Pfadregel,
• modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln,
• bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten,
• prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente in einfachen Fällen auf stochastische Unabhängigkeit,
• bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren
	• **Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung**
	  • Ergebnis und Ereignis
	  • relative Häufigkeit und Begriff der Wahrscheinlichkeit
	  Konkretisierung z. B. durch Erarbeitung des Wahrscheinlichkeits-begriffs durch Würfelexperiment mit Riemer-Würfeln oder Legosteinen.
	  Konkretisierung z.B. durch den Einsatz von Simulations-programmen von Zufallsexperimenten mit GTR oder GeoGebra z.B. in Partnerarbeit.
	  • Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten
	  Konkretisierung z.B. durch Erarbeitung und Überprüfung der Rechenregeln durch z.B. Würfelexperimente mit nicht idealen Wurfobjekten.
	  • Laplace-Experiment
	  Konkretisierung z.B. durch selbständige Erarbeitung im Rahmen eines Lerntempoduetts.
	  Konkretisierung z.B. durch Verifizierung der Laplace-Regel mit Hilfe eines Galton-Brettes.

Die Studierenden
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)*,
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)*,
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)*,
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*.
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*.
Kommunizieren
Die Studierenden
• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] *(Rezipieren)*,
• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*.
Werkzeuge nutzen
Die Studierenden
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum […] Generieren von Zufallszahlen […].
	• **Mehrstufige Zufallsversuche/ Baumdiagramme**
	  • Baumdiagramme und Pfadregel
	  • Mehrstufige Zufallsversuche
	  • Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsversuchen
	  • fakultativ: Kombinatorische Abzählverfahren
	  ◆ Produktregel
	  ◆ Geordnete/ ungeordnete Stichproben beim Ziehen aus einer Urne
	  ◆ Lottomodell
	  ◆ Fächermodell
	• **Bedingte Wahrscheinlichkeiten/ Unabhängigkeit**
	  • Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit
	  • Unabhängige Ereignisse
	  • Totale Wahrscheinlichkeit
	  • Satz von Bayes/ Baum und inverser Baum
	• **Vierfeldertafel und Mehrfeldertafel**
	Konkretisierung z.B. durch Bearbeitung (im Anforderungsniveau bzw. dem sprachlichen Niveau) binnendifferenzierten Anwendungen in kooperativen Lernformen

Funktionen und Analysis 3 (E - A3)

Thema: Exponentialfunktionen (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen,
• wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Exponentialfunktionen an und deuten die zugehörigen Parameter,
• verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen innermathematischer Kontexte und Anwendungskontexte.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren
Die Studierenden
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)*,
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*,
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*.
Kommunizieren
	• **Funktionen der Form $f(x) = c \cdot a^x$**
	  • Wachstumsprozesse
	  Konkretisierung z.B. durch Einsatz dynamischer Arbeitsblätter zur Visualisierung der Bedeutung der Formvariablen.
	  Konkretisierung z.B. durch Modellierung biologischer Wachstumsprozesse.
	  • grundlegende Techniken,
	  • fakultativ: Logarithmen
	• **Rechnen mit Exponentialfunktionen**
	  • Punktprobe
	  • fakultativ: Berechnung von Umkehrwerten
	  • fakultativ: Schnittpunkt zweier Graphen von Exponentialfunktionen
	  • Rekonstruktion von Funktionen
	• **Untersuchung exponentieller Prozesse**
	  • fakultativ: Halbwerts- und Verdopplungszeit
	  • Tabellarische Prozesse
	  • Vergleich von Prozessen
	  • Exponentialfunktionen im realen Leben

Die Studierenden … • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)*, • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)*, • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*. ***Werkzeuge nutzen*** *Die Studierenden …* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum […] … Lösen von Gleichungen, … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle […].	*Konkretisierung z.B. durch Erarbeitung konkreter ökologischer Beispiele aus der Biologie; Thematisierung der begrenzten Gültigkeit von mathematischen Modellierungen realer Prozesse.*

Funktionen und Analysis 4 (E - A4)

Thema: Rationale Funktionen (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• beschreiben Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und einfachen quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen,
• wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen an und deuten die zugehörigen Parameter,
• verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen innermathematischer Kontexte und Anwendungskontexte,
• beschreiben Eigenschaften eines Funktionsgraphen unter Verwendung der Fachbegriffe (Achsenabschnitt, Steigungs- und Krümmungsverlauf. Extrem- und Wendepunkte).
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Problemlösen
Die Studierenden
• finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)*,
• erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)*,
	• **Potenzfunktionen**
	  • Funktion $f(x) = x^n, n \in Z$ und $n = \frac{1}{2}$
	  • Symmetrie von Funktionsgraphen
	  • Monotonie und Steigungsverhalten von Funktionen
	  • Globalverlauf
	  Konkretisierung z.B. durch selbstständige Erarbeitung der verschiedenen Grundtypen entweder in arbeitsteiliger Gruppenarbeit mit GTR oder durch Stationenlernen.
	• **Ganzrationale Funktionen**
	  • Begriff der ganzrationalen Funktion
	  • Globalverlauf
	  • Symmetrie des zugehörigen Graphen
	  • Nullstellen (Ablesen, Ausklammern, Substitution)
	  Konkretisierung z.B. durch Wiederholung bekannter und Erarbeitung neuer Lösungsverfahren im Rahmen kooperativer Lernformen wie z.B. Gruppenpuzzle oder Lerntempoduett.
	  Konkretisierung z.B. durch Legen von Dominokarten (Zuordnung Funktionsterm / Funktionsgraph) in Gruppen-, Partner- oder Einzelarbeit.

• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Verallgemeinern […]) *(Lösen)*, • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen *(Reflektieren)*, • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern *(Reflektieren)*. • unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)*, • nutzen verschiedene Argumentationsstrategien […] *(Begründen)*, • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*. ***Werkzeuge nutzen*** *Die Studierenden* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge […] zum […] zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, […] Darstellen von Funktionen graphisch und als Wertetabelle […], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.	• Funktionsuntersuchung mit GTR *Konkretisierung z.B. durch Anwendungsbeispiele aus VWL (Kosten- und Gewinnfunktionen), Biologie (Populationsentwicklung). Thematisierung der Grenzen mathematischer Modelle bei der Modellierung realer Prozesse (z.B. Lotka-Volterra-Regeln)* • Beschreibung des Funktionsgraphen (Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Steigungs- und Krümmungsverlauf. Extrem- und Wendepunkte) *Konkretisierung z.B. durch sprachsensible Unterstützung durch Formulierungshilfen.*

Funktionen und Analysis 5 (E - A5)

Thema: Grenzwerte, Änderungsraten, Tangentensteigung und Ableitung (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext,
• erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffes an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate,
• deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung,
• verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen innermathematischer Kontexte und Anwendungskontexte,
• deuten die Tangente als „Grenzlage“ einer Folge von Sekanten,
• deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung,
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Kommunizieren
Die Studierenden
	• **Die mittlere Änderungsrate**
	  • Begriff der mittleren Änderungsrate auf einem Intervall
	  • mittlere Steigung eines Funktionsgraphen
	  • mittlere Geschwindigkeit in einem Zeitintervall
	• **Die lokale Änderungsrate**
	  • Begriff der lokalen Änderungsrate an einer Stelle
	  Konkretisierung z.B. durch Anwendungsbeispiele aus anderen Fächern (VWL: Grenzkosten; Physik: Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeit).
	  • Anwendungsprozesse
	• **Steigung eines Funktionsgraphen**
	  • Tangente und Steigung eines Funktionsgraphen
	  • Steigung eines Funktionsgraphen in einem Punkt
	  • Exkurs: Nicht differenzierbare Funktionen
	  • fakultativ: grafisches Differenzieren
	Konkretisierung z.B. durch Veranschaulichung der Tangente als „Grenzlage“ von Sekanten mit Hilfe von GeoGebra.

• beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren *(Rezipieren)*, • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*, • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und ihrer fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*. ***Argumentieren*** *Die Studierenden …* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)*, • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her [...] *(Begründen)*, • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie *(Beurteilen)*. ***Werkzeuge nutzen*** *Die Studierenden …* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge […] zum […] … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, … grafischen Messen von Steigungen […], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.	**Funktionen des GTR, die den Studierenden am Ende des 2. Semesters bekannt sein sollten und deren Verwendung eingeübt sein sollte:** ➢ Menü **„Run-Matrix“** ➢ Menü **„Tabelle“:** • **‚SET‘** (F5): Startwert, Endwert, Schrittweite (STEP) eingeben • **‚TABLE‘** (F6): Wertetabelle anzeigen • **‚EDIT‘**: Werte ändern ➢ Menü **„Graph“**: • Eingabe von Funktionstermen • **‚DRAW‘**: Graphen zeichnen lassen: ♦ **‚Zoom‘**: Bereiche im KO-System auswählen, vergrößern, verkleinern ♦ **‚V-Window‘**: Eingabe der Bereiche auf den Achsen im KO-System ♦ **‚Trace‘** (F1): Ablesen von Koordinaten ♦ **‚G-Solve‘**-Funktionen (außer der Integralberechnung) ♦ **‚Sketch‘**: Zeichnen von Tangenten an einen und Normalen von einem Funktionsgraphen in einem Punkt und Angabe einer zugehörigen Funktionsgleichung ➢ Menü **„Gleichung“**: Lösen von linearen Gleichungssystemen und Polynomgleichungen.

	Konkretisierung z.B. zur Erarbeitung der GTR-Funktionen durch Einsatz von Lernvideos auf YouTube zum Einsatz des GTR (Casio fx-CG20) mit Hilfe der iPads ggf. auch als arbeitsteilige Gruppenarbeit.

4.2 Qualifikationsphase Grundkurs

4.2.1 Grundkurs 3. Semester (Q1-GK-A1)

Analysis 1

Thema: Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen (auch mit Parameter) **(Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.)**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

A. Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion inkl. kurze Wiederholung der Ableitungsbegriffs),
• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mithilfe der Graphen der Ableitungs-funktionen,
• interpretieren Parameter von Funktionen im Sachzusam-menhang,
• leiten Funktionen grafisch ab,
• skizzieren zu einer gegebenen Ableitungsfunktion den Graphen einer möglichen Ursprungsfunktion.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Die Studierenden
	• **Parameterfunktionen**
	  • Interpretation der Parameter von Funktionen im Sachzusammenhang
	  • Darstellung von Graphen von Parameterfunktionen mit dem GTR und Untersuchung der Wirkung des Parameters auf die Eigenschaften der Funktionen bzw. des zugehörigen Graphen
	  Konkretisierung z.B. durch Verwendung dynamischer Arbeitsblätter von GeoGebra auf iPads zur Visualisierung in Gruppen-, Partner oder Einzelarbeit.
	• **Ableitungsfunktion**
	  • Begriff der Ableitungsfunktion
	  • Zusammenhang zwischen Eigenschaften einer Funktion bzw. deren Funktionsgraphen und den Ableitungsfunktionen bzw. deren Funktionsgraphen
	  Konkretisierung z.B. durch Legen von Dominokarten (Zuordnung Graph Funktion / Graph Ableitung) in Gruppen-, Partner- oder Einzelarbeit.

• nutzen digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen und als Wertetabelle, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, • nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis), • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung, • wählen heuristische Hilfsmittel (z.B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen, • erkennen Muster und Beziehungen.	• Graphisches Differenzieren *Konkretisierung z.B. durch ein Legepuzzle zum Graphischen Differenzieren in Gruppen-, Partner oder Einzelarbeit.* • Skizze des Graphen einer Stammfunktion zu dem Graphen einer gegebenen Funktion • Darstellung des Graphen einer gegebenen Funktion und der Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktionen mit Hilfe des GTR
B. Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Studierenden bilden die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge,	• **Ableitungsfunktion** • Bestimmung der Ableitungsfunktion einer gegebenen ganzrationalen Funktion mit und ohne Parameter mit Hilfe von Potenz-, Summen- und Faktorregel *Konkretisierung z.B. durch eine selbstständige Erarbeitung der Ableitungsregeln mit Hilfe von Lernvideos (Klett), Stationenlernen etc.*

• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, • greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter.	
C. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechsel-kriterien sowie das zweite hinreichende Kriterium zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten, • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitions-bereich, • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus, • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,	• **Anwendung des Ableitungsbegriffs** • Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten eines Funktionsgraphen mit Hilfe des 1. und 2. hinreichenden Kriteriums • Ablesen von Extrem- und Wendepunkten eines mit dem GTR dargestellten Funktionsgraphen • Bestimmung von lokalen Extrema einer Funktion mit Hilfe des 1. und 2. hinreichenden Kriteriums • Bestimmung des absoluten Extremums unter Einbeziehung der Ränder • Ablesen von Extremstellen und den zugehörigen Extremwerten einer mit dem GTR als Graph dargestellten Funktion • Bestimmung der Monotonieintervalle einer Funktion rechnerisch und mit GTR • Bestimmung der Krümmungsintervalle eines Funktionsgraphen rechnerisch und mit GTR • Anwendung der Verfahren auch auf Funktionen und Problemstellungen in einem gegebenen Sachzusammenhang

• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff), • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen.	*Konkretisierung z.B. durch Bearbeitung (im Schwierigkeitsgrad und/oder der sprachlichen Komplexität) binnendifferenzierten Aufgaben zur Bearbeitung in Einzel-, Partner oder Gruppenarbeit.* *Konkretisierung z.B. durch Beleuchtung verschiedener Problemstellungen im Rahmen eines Stationenlernens.* *Konkretisierung z.B. durch eine sprachsensible Aufarbeitung typischer Aufgabenstellungen durch Darreichung von Textbausteinen, Erarbeitung von Schlüsselbegriffen etc.* • alle oben genannten Punkte auch mit einfachen Funktionenscharen inklusive eventuell notwendiger Fallunterscheidungen • Begriff der Ortskurve anschaulich mit GTR.
D. Inhaltebezogene Kompetenzen: Die Studierenden führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, • berücksichtigen einschränkende Bedingungen, • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung, • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,	• **Extremwertaufgaben** • Begriff der Haupt- und Nebenbedingung und der Zielfunktion, • mathematische Formulierung der Haupt- und Nebenbedingung und Ermittlung eines Funktionsterms der Zielfunktion, • Anwendung der Verfahren der Differentialrechnung zur Bestimmung des absoluten Maximums / Minimums der Zielfunktion. *Konkretisierung z.B. durch Beleuchtung verschiedener Problemstellungen im Rahmen eines Stationenlernens zu verschiedenen Anwendungs-bereichen.* *Konkretisierung z.B. Selbstlernkontrolle durch Verwendung der entsprechenden Funktionen des GTR am Ende der Unterrichtseinheit im Lerntempoduett.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*

• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen.	*Konkretisierung z.B. durch Behandlung von Anwendungsbeispielen aus der Physik oder Biologie; Thematisierung der Grenzen mathematischer Modelle zur Beschreibung realer Prozesse (lotka-Volterra-Regeln; Wurfparabel mit Luftwiderstand).*
E. Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Studierenden bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • analysieren und strukturieren die Problemsituation, • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus, • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • verwenden digitale Werkzeuge zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen.	• **Steckbriefaufgaben** • Formulierung eines geeigneten Ansatzes • mathematische Formulierung der Bedingungen • Bestimmung des zugehörigen linearen Gleichungssystems • Lösung des zugehörigen Gleichungssystems händisch und mit GTR *Konkretisierung z.B. durch Verwendung realer Strukturen (Brückenbogen, Straßentrassen, Gebäudesilhouetten etc.) als Modellierungsaufgabe mit GTR oder GeoGebra auf iPads.* *Konkretisierung z.B. durch sprachsensible Aufarbeitung typischer Problemstellungen (Schlüsselbegriffe, typische Formulierungen etc.).*

4.2.2 Grundkurs 4. Semester - 1. Quartal (Q2.1-GK-S1)

Stochastik 1

Thema: Stochastik (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

A. Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben.
• erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen,
• stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf (inkl. kurze Wiederholung der Kenntnisse aus der Einführungsphase) und führen Erwartungswertbetrachtungen durch,
• bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Die Studierenden
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells,
	• **Wiederholung**
	  • Zufallsversuch, Baumdiagramm, Pfadregeln
	Konkretisierung z.B. durch Verwendung der Strukturlegetechnik oder von Lernkarten in Kleingruppen.
	• Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße
	• **Lage- und Streumaße von Wahrscheinlichkeitsverteilungen**
	  • Erwartungswert
	  • Standardabweichung

• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus.	
• **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Studierenden* • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente, • erklären die Binomialverteilung (inkl. Binomialkoeffizienten) und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten, • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung, • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen (inkl. Sigmaregeln). **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden*	• **Binomialverteilung** • Bernoulliversuche, Bernoullikette • Binomialkoeffizient *Konkretisierung z.B. durch praktisches Experimentieren mit Urnenmodellen in Partnerarbeit.* • Binomialverteilung *Konkretisierung z.B. durch Einsatz dynamischer Arbeitsblätter mit Hilfe von GeoGebra.* • kumulierte Binomialverteilung • Sigmaregeln

• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus, • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen, • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen. • **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** Die Studierenden schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel (mithilfe der Binomialverteilung) aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung, • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen,	• **Hypothesentesten** • Begriffe zur Beschreibung eines Tests (Nullhypothese, Gegenhypothese, Annahme-, Verwerfungsbereich) • Entscheidungsregel • mögliche Fehler, Fehlerwahrscheinlichkeiten *Konkretisierung z.B. durch Verwendung von Textbausteinen zur sprachsensiblen Unterstützung.* *Konkretisierung z.B. mit Hilfe der Strukturlegetechnik zur Sicherung aller zentralen Begriffe aus der Stochastik.*

• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung.	*Konkretisierung z.B. durch den Einsatz von Fermi-Karten in Kleingruppen.*

4.2.3 Grundkurs 4. Semester - 2. Quartal (Q2.2-GK-A2)

Analysis - 2

Thema: Integralrechnung bei ganzrationalen Funktionen (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
A. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • Interpretieren im Sachkontext Flächen unter Graphen von Funktionen, die eine Änderungsrate einer Größe beschreiben, als Gesamtbestand oder Gesamteffekt der gegebenen Größe (Begriff der Integralfunktion, der Integrandenfunktion und des Integrals), • Interpretieren Produktsummen im Kontext als Möglichkeit zur näherungsweisen Bestimmung des Gesamtbestandes (näherungsweise Bestimmung des Flächeninhaltes mit Hilfe von Rechtecken), • Eigenschaften des Integrals (Intervalladditivität; Linearität; gerichtete Flächeninhalte etc.), • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion, • bestimmen Integrale numerisch auch mit Hilfe von digitalen Werkzeugen.	• **Begriff des Integrals** • Interpretation von Flächen unter Funktionsgraphen in Sachzusammenhängen • Begriff der Integralfunktion, der Integrandenfunktion, des Integrals • näherungsweise Bestimmung von Integralen durch Approximation durch Ober- und Untersummen *Konkretisierung z.B. durch den Einsatz dynamischer Arbeitsblätter von GeoGebra mit Hilfe der iPads in Partnerarbeit.* • Eigenschaften des Integrals (Intervalladditivität, Linearität, gerichtete Flächeninhalte) • Skizzierung des Graphen der Integralfunktion zu dem Graphen einer gegebenen Integrandenfunktion • Bestimmung von Integralen mit Hilfe des GTR

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern), • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.	
B. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen (Lineare Funktionen, x^2) den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs,	• **Integralrechnung 1** *Konkretisierung z.B. durch Bestimmung von Intergralen als Grenzwert der Ober-, Untersummen bei quadratischen Integrandenfunktionen mit Hilfe dynamischer Arbeitsblätter von GeoGebra.* • Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung: Integrandenfunktion als Ableitung der Integralfunktion (inkl. anschaulicher Herleitung)

• stellen die Vermutung auf, dass die Ableitung der Integralfunktion die Intergrandenfunktion ist (Begriff der Stammfunktion), • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Teil 1). **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.	• Begriff der Stammfunktion *Konkretisierung z.B. durch ein Domino- oder Memoryspiel mit der Zuordnung Funktion und Stammfunktion.*
C. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • bestimmen Stammfunktionen von ganzrationalen Funktionen, • bestimmen Integrale mit Hilfe von gegebenen Stammfunktionen (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Teil 2).	• **Integralrechnung 2** • Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen zu einer gegebenen ganzrationalen Funktion • Berechnung von Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern), • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.	

D. Inhaltsbezogene Kompetenzen:
• bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen,
• nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Intergralen,
• deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext,
• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate,
• ermitteln den Mittelwert einer durch eine Funktion beschriebene Größe auf einem Intervall [a; b].
	• **Anwendung der Integralrechnung**
	  • Berechnung des Flächeninhalts von Flächen (zwischen Graph und x-Achse, zwischen zwei Graphen)
	  • Berechnung des Flächeninhalts von Flächen, die von Graphen von zusammengesetzten Funktionen begrenzt werden
	  • Bestimmung und Deutung des Flächeninhalts von Flächen im Sachzusammenhang
	  • Ermittlung des Mittelwertes einer durch eine Funktion beschriebenen Größe auf einem Intervall [a; b]

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.	*Konkretisierung z.B. mit Hilfe der Strukturlegetechnik zur Sicherung aller zentralen Begriffe aus der Analysis und Erarbeitung einer Mindmap zur Visualisierung analytischer Zusammenhänge in Gruppenarbeit.* *Konkretisierung z.B. Selbstlernkontrolle durch Verwendung der entsprechenden Funktionen des GTR am Ende der Unterrichtseinheit im Lerntempoduett.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*

4.2.4 Grundkurs 5. Semester - 1. Quartal - 2. Quartal - 1. Hälfte (Q3.1-GK-G1)

Analytische Geometrie 1

Thema: Analytische Geometrie (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
A. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum, • erfassen geometrische Objekte im räumlichen kartesischen Koordinatensystem und stellen einfache dreidimensionale Objekte mithilfe digitaler Werkzeuge dar, • deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren, • stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar, • addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachstrukturen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung und	• **das kartesische Koordinatensystem im IR^3** • Wahl eines geeigneten Koordinatensystems zu gegebenen Objekten und mit dessen Hilfe Bestimmung der Koordinaten vorgegebener Punkte • Darstellung einfacher geometrischer Objekte mit digitalen Hilfsmitteln • **Vektoren im IR^3** • Deutung von Vektoren als Verschiebung • Betrag eines Vektors • Darstellung im IR^3 als Spaltenvektor • Begriff des Ortsvektors, Darstellung im Koordinatensystem • Addition, Subtraktion von Vektoren, Multiplikation mit einem Skalar *Konkretisierung z.B. durch den Einsatz dynamischer Arbeitsblätter von GeoGebra (iPads), zur Visualisierung der Eigenschaften von Vektoren im dreidimensionalen Raum in Gruppen- oder Partnerarbeit.* • Begriff der Kollinearität, Überprüfung von Vektoren auf Kollinearität • Anwendung von Vektoren im Sachzusammenhang (Geschwindigkeit, Kraft, weitere gerichtete Größen) *Konkretisierung z.B. durch ein Stationenlernen mit Anwendungen von Vektoren in verschiedenen Kontexten (insbesondere physikalische*

treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Modellieren: Strukturieren*),
• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur) aus, um die Situation zu erfassen und erkennen Muster und Beziehungen (*Problemlösen: Erkunden*),
• nutzen Geodreicke, geometrische Modelle und digitale Werkzeuge (grafikfähiger Taschenrechner) zum grafischen Darstellen von Ortsvektoren und Objekten im Raum (*Werkzeuge nutzen*).
 	
B. **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**
Die Studierenden
• deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es,
• berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten,
• untersuchen mithilfe von Vektoreigenschaften bzw. dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung).
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Die Studierenden
• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme und finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Problemlösen: Erkunden*),
	Anwendungen wie z.B. Kräfteparallelogramm, Reflexionen oder gleichförmig bewegte Körper).
	
	• **das Skalarprodukt**
	  • Definition und geometrische Interpretation des Skalarproduktes
	  • Berechnung des Skalarproduktes bei Spaltenvektoren im IR^3
	• **Anwendungen des Skalarproduktes**
	  • Berechnung des Betrags eines Vektors
	  • Abstand von zwei Punkten
	  • Winkel zwischen zwei Vektoren
	  • Orthogonalität von Vektoren
	  • Anwendung auf geometrische Objekte im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen (Werkzeuge nutzen).	
C. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar, • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden, • berechnen Schnittpunkte von Geraden, • untersuchen mithilfe von Vektoreigenschaften bzw. dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung).	• **Geraden** • Darstellung von Geraden in Parameterform und Deutung des Parameters • Darstellung von Strecken in Parameterform • Lagebeziehungen von zwei Geraden und Bestimmung des Schnittpunktes • Winkel zwischen zwei sich schneidenden Geraden • Anwendungen im Sachzusammenhang *Konkretisierung z.B. durch Erstellung einer Mindmap zu Eigenschaften von Geraden und deren Untersuchung am Ende der Unterrichtseinheit ggf. auch binnendifferenziert mit Hilfe von sprachsensiblen Textbausteinen.*
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Problemlösen: Lösen*), • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Argumentieren: Begründen*), • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Kommunizieren: Rezipieren*),	

• nutzen Geodreicke, geometrische Modelle und digitale Werkzeuge (grafikfähiger Taschenrechner) zum grafischen Darstellen von Vektorsummen und Geraden (Werkzeuge nutzen).	
D. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • stellen Ebenen in Parameterform dar, • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene, • berechnen Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, • untersuchen mithilfe von Vektoreigenschaften bzw. dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung), • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen auch in Matrix-Vektor-Schreibweise.	• **Ebenen** • Parameterdarstellung von Ebenen und Deutung der Parameter • Lagebeziehungen von Gerade und Ebene und Bestimmung des Schnittpunktes • Anwendungen im Sachzusammenhang *Konkretisierung z.B. Erstellung einer Mindmap zu Eigenschaften von Ebenen und deren Untersuchung am Ende der Unterrichtseinheit ggf. auch binnendifferenziert mit Hilfe von sprachsensiblen Textbausteinen.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege; setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung eine und wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (Problemlösen: Lösen), • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung; vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich	• **Lineare Gleichungssysteme** • lösen lineare Gleichungssystem in Matrixschreibweise • interpretieren die Lösungsmenge im gegebenen Kontext auch im Sachzusammenhang *Konkretisierung z.B. durch Bearbeitung binnendifferenzierter Übungsaufgaben im Lerntempoduett.*

Unterschieden und Gemeinsamkeiten und beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Problemlösen: Reflektieren), • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege; verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang und wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (Kommunizieren: Produzieren), • verwenden digitale Werkzeuge (grafikfähiger Taschenrechner) zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen (Werkzeuge nutzen).	*Konkretisierung z.B. mit Hilfe der Strukturlegetechnik zur Sicherung aller zentralen Begriffe aus der analytischen Geometrie und Erstellung einer Mindmap in Gruppenarbeit.*

4.2.5 Grundkurs 5. Semester - 2. Quartal - 2. Hälfte (Q3.2-GK-S2)

Stochastik 2

Thema: Übergangsmatrizen (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
A. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen, • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände). **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • Übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation.	• Zustandsvektor • stochastische Matrix • Unterschied zwischen stochastischen und nicht-stochastischen Matrizen • Matrixmultiplikation • Grenzzustand *Konkretisierung z.B. mit Hilfe der Strukturlegetechnik zur Sicherung aller zentralen Begriffe zu Prozessmatrizen, Strukturlegetechnik und Erarbeitung einer Mindmap zur Visualisierung in Gruppenarbeit.*

4.2.6 Grundkurs 6. Semester (Q4-GK-A3)

Analysis 3

Thema: Differential- und Integralrechnung Exponentialfunktionen	**(Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.)**
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

A. Inhaltsbezogene Kompetenzen:
• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponential-funktion,
• untersuchen die Funktion auf ihr Verhalten im Unendlichen und auf Symmetrie,
• bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung),
• wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an,
• wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen mit Exponentialfunktionen an.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Die Studierenden
• nutzen digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen und als Wertetabelle,
• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen,
	• **Exponentialfunktion (Grundlagen)**
	  • Eigenschaften von Exponentialfunktionen (Nullstellen, y-Achsenabschnitt, Monotonie, Verhalten im Unendlichen, Symmetrie, Einfluss der Basis auf Eigenschaften der Funktion)
	  • Beschreibung von Zerfalls- und Wachstumsprozessen durch Exponentialfunktionen (Anfangswert, Wachstumsfaktor)
	  • Bestimmung von Exponentialfunktionen aus im Sachzusammenhang gegebenen Daten
	• **die natürliche Exponentialfunktion**
	  • die Eulersche Zahl e
	  • die natürliche Exponentialfunktion
	  • Ableitung von natürlichen Exponentialfunktionen mit ganzrationalem Vorfaktor und linearem Exponenten mit Hilfe der Summen-, Faktor-, Produkt- und Kettenregel
	  • Symmetrie
	  • Verhalten im Unendlichen

• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, • nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis), • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung, • wählen heuristische Hilfsmittel (z.B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen, • erkennen Muster und Beziehungen.	
B. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechsel-kriterien sowie das zweite hinreichende Kriterium zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten, • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitions-bereich, • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung, • untersuchen Wachstums- und Zerfallsprozesse mit Hilfe funktionaler Ansätze. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**	• **Anwendung des Ableitungsbegriffs** • Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten eines Funktion-sgraphen mit Hilfe des 1. und 2. hinreichenden Kriteriums • Ablesen von Extrem- und Wendepunkten eines mit dem GTR dargestellten Funktionsgraphen • Bestimmung von lokalen Extrema einer Funktion mit Hilfe des 1. und 2. hinreichenden Kriteriums • Bestimmung des absoluten Extremums unter Einbeziehung der Ränder • Ablesen von Extremstellen und den zugehörigen Extremwerten einer mit dem GTR als Graph dargestellten Funktion • Bestimmung der Monotonieintervalle einer Funktion rechnerisch und mit GTR

Die Studierenden • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus, • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff), • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen.	• stellen Graphen von Parameterfunktionen mit dem GTR dar und untersuchen die Wirkung des Parameters auf die Eigenschaften der Funktionen bzw. des zugehörigen Graphen • Bestimmung der Krümmungsintervalle eines Funktionsgraphen rechnerisch und mit GTR • Anwendung der Verfahren auch auf Funktionen und Problemstellungen in einem gegebenen Sachzusammenhang *Konkretisierung z.B. durch fächerverbindende Anwendungsbeispiele aus dem Bereich der Ökologie.* • Steckbriefaufgaben: Bestimmung eines Funktionsterms zu gegebenen Daten bei e-Funktionen mit linearem Exponenten der Gestalt $f(x) = a \cdot e^{mx+b}$
C. Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Studierenden führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation; • berücksichtigen einschränkende Bedingungen,	• **Extremwertaufgaben** • Begriff der Haupt- und Nebenbedingung und der Zielfunktion • mathematische Formulierung der Haupt- und Nebenbedingung und Ermittlung eines Funktionsterms der Zielfunktion • Anwendung der Verfahren der Differentialrechnung zur Bestimmung des absoluten Maximums / Minimums der Zielfunktion *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*

• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung, • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen.	
D. Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Studierenden bestimmen Integrale mit Hilfe von gegebenen Stammfunktionen (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Teil 2). **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern), • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,	• **Integralrechnung 1** • Interpretation von Flächen unter Funktionsgraphen in Sachzusammenhängen • Berechnung von Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen

• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus. **E. Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Studierenden* • bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen, • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Intergralen, • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext, • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate, • ermitteln den Mittelwert einer durch eine Funktion beschriebene Größe auf einem Intervall [a; b]. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.	• **Anwendung der Integralrechnung** • Berechnung des Flächeninhalts von Flächen (zwischen Graph und x-Achse, zwischen zwei Graphen) • Berechnung des Flächeninhalts von Flächen, die von Graphen von zusammengesetzten Funktionen begrenzt werden • Deutung von Flächen im Sachzusammenhang und Bestimmung des Flächeninhalts • Mittelwert einer durch eine Funktion beschriebenen Größe auf einem Intervall [a; b] *Konkretisierung z.B. durch Bearbeiten und Präsentieren ausgewählter Abituraufgaben in Kleingruppen.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*

4.3 Qualifikationsphase Leistungskurs

4.3.1 Leistungskurs 3. Semester (Q1-LK-A1)

Analysis 1

Thema: Differential- und Integralrechnung ganzrationaler Funktionen (auch mit Parameter) Exponentialfunktionen (Grundlagen) **(Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.)**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
A. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion inkl. kurze Wiederholung der Ableitungsbegriffs), • begründen Eigenschaften von Funktionen bzw. dem zugehörigen Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mithilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen, • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen, • skizzieren zu einer gegebenen Ableitungsfunktion den Graphen einer möglichen Ursprungsfunktion, • erkennen Strukturen zusammengesetzter Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) und begründen damit deren wesentliche Eigenschaften, • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen.	• **Parameterfunktionen** • Interpretation der Parameter von Funktionen im Sachzusammenhang • Analyse von Strukturen zusammengesetzter Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) und mit deren Hilfe Begründung von deren wesentliche Eigenschaften • Verwendung von am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen • Darstellung von Graphen von Parameterfunktionen mit dem GTR und Untersuchung der Wirkung des Parameters auf die Eigenschaften der Funktionen bzw. des zugehörigen Graphen *Konkretisierung z.B. durch Verwendung dynamischer Arbeitsblätter von GeoGebra auf iPads zur Visualisierung in Gruppen-, Partner oder Einzelarbeit.* • **Ableitungsbegriff** • Sekanten und Tangente als lineare Näherungsfunktion einer gegebenen Funktion

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • nutzen digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen und als Wertetabelle, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. • nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis), • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung, • wählen heuristische Hilfsmittel (z.B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen, • erkennen Muster und Beziehungen.	• Ableitung einer Funktion an einer Stelle als Grenzwert von Sekantensteigungen • **Ableitungsfunktion** • Begriff der Ableitungsfunktion • Zusammenhang zwischen Eigenschaften einer Funktion bzw. deren Funktionsgraphen und den Ableitungsfunktionen bzw. deren Funktionsgraphen *Konkretisierung z.B. durch Legen von Dominokarten (Zuordnung Graph Funktion / Graph Ableitung) in Gruppen-, Partner- oder Einzelarbeit.* • Graphisches Differenzieren *Konkretisierung z.B. durch ein Legepuzzle zum Graphischen Differenzieren in Gruppen-, Partner oder Einzelarbeit.* • Skizze des Graphen einer möglichen Stammfunktion zu dem Graphen zu dem Graphen einer gegebenen Funktion • Darstellung des Graphen einer gegebenen Funktion und die Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktionen mit Hilfe des GTR
B. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • bilden die Ableitungen von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten, • bilden die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen,	• **Ableitungsfunktion** • Potenzregel für ganzzahlige und rationale Exponenten • Bestimmung der Ableitungsfunktion einer gegebenen ganzrationalen Funktion mit und ohne Parameter mit Hilfe von Potenz-, Summen- und Faktorregel

• wenden die Summen- und Faktorregel, sowie die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, • greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter. **C. Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Studierenden* • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechsel-kriterien sowie das zweite hinreichende Kriterium zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten, • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitions-bereich, • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung,	*Konkretisierung z.B. durch eine selbstständige Erarbeitung der Ableitungsregeln mit Hilfe von Lernvideos (Klett), Stationenlernen etc.* • fakultativ: Bestimmung der Ableitungsfunktion einer gegebenen ganzrationalen Funktion mit und ohne Parameter mit Hilfe von Produkt- und Kettenregel • **Anwendung des Ableitungsbegriffs** • Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten eines Funktionsgraphen mit Hilfe des 1. und 2. hinreichenden Kriteriums • Ablesen von Extrem- und Wendepunkten eines mit dem GTR dargestellten Funktionsgraphen • Bestimmung von lokalen Extrema einer Funktion mit Hilfe des 1. und 2. hinreichenden Kriteriums • Bestimmung des absoluten Extremums unter Einbeziehung der Ränder • Ablesen von Extremstellen und den zugehörigen Extremwerten einer mit dem GTR als Graph dargestellten Funktion

• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus, • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff), • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen. **D. Inhaltebezogene Kompetenzen:** Die Studierenden führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese.	• Bestimmung der Monotonieintervalle einer Funktion rechnerisch und mit GTR • Bestimmung der Krümmungsintervalle eines Funktionsgraphen rechnerisch und mit GTR • alle oben genannten Punkte auch mit Funktionenscharen inklusive eventuell notwendiger Fallunterscheidungen • Bestimmung von Ortskurven von parameterabhängigen Punkten • Anwendung der Verfahren auch auf Funktionen und Problemstellungen in einem gegebenen Sachzusammenhang *Konkretisierung z.B. durch Bearbeitung (im Schwierigkeitsgrad und/oder der sprachlichen Komplexität) binnendifferenzierten Aufgaben zur Bearbeitung in Einzel-, Partner oder Gruppenarbeit.* *Konkretisierung z.B. durch Beleuchtung verschiedener Problemstellungen im Rahmen eines Stationenlernens.* *Konkretisierung z.B. durch eine sprachsensible Aufarbeitung typischer Aufgabenstellungen durch Darreichung von Textbausteinen, Erarbeitung von Schlüsselbegriffen etc.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.* • **Extremwertaufgaben** • Begriff der Haupt- und Nebenbedingung und der Zielfunktion • mathematische Formulierung der Haupt- und Nebenbedingung und Ermittlung eines Funktionsterms der Zielfunktion

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, • berücksichtigen einschränkende Bedingungen, • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung, • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen.	• Anwendung der Verfahren der Differentialrechnung zur Bestimmung des absoluten Maximums / Minimums der Zielfunktion • Behandlung komplexer Extremwertprobleme • Behandlung von Extremwertproblemen, die auf eine parameterabhängige Zielfunktion führen *Konkretisierung z.B. durch Beleuchtung verschiedener Problemstellungen im Rahmen eines Stationenlernens zu verschiedenen Anwendungsbereichen.* *Konkretisierung z.B. Selbstlernkontrolle durch Verwendung der entsprechenden Funktionen des GTR am Ende der Unterrichtseinheit im Lerntempoduett.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*
E. Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Studierenden bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben.	• **Steckbriefaufgaben** • Formulierung eines geeigneten Ansatzes • mathematische Formulierung der Bedingungen • Bestimmung des zugehörigen linearen Gleichungssystems • Lösung des zugehörigen Gleichungssystems händisch und mit GTR • Behandlung von Problemstellungen, die auf eine parameterabhängige Funktionenschar als Lösung führen *Konkretisierung z.B. durch Verwendung realer Strukturen (Brückenbogen, Straßentrassen, Gebäudesilhouetten etc.) als Modellierungsaufgabe mit GTR oder GeoGebra auf iPads.*
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • analysieren und strukturieren die Problemsituation, • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus,	

• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen, • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • verwenden digitale Werkzeuge zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen.	*Konkretisierung z.B. durch sprachsensible Aufarbeitung typischer Problemstellungen (Schlüsselbegriffe, typische Formulierungen etc.).* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*
F. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • Interpretieren im Sachkontext Flächen unter Graphen von Funktionen, die eine Änderungsrate einer Größe beschreiben, als Gesamtbestand oder Gesamteffekt der gegebenen Größe (Begriff der Integralfunktion, der Integrandenfunktion und des Integrals), • Interpretieren Produktsummen im Kontext als Möglichkeit zur näherungsweisen Bestimmung des Gesamtbestandes (näherungsweise Bestimmung des Flächeninhaltes mit Hilfe von Rechtecken), • Eigenschaften des Integrals (Intervalladditivität; Linearität; gerichtete Flächeninhalte etc.), • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion,	• **Begriff des Integrals** • Interpretation von Flächen unter Funktionsgraphen in Sachzusammenhängen • Begriff der Integralfunktion, der Integrandenfunktion, des Integrals • näherungsweise Bestimmung von Integralen durch Approximation durch Ober- und Untersummen *Konkretisierung z.B. durch den Einsatz dynamischer Arbeitsblätter von GeoGebra mit Hilfe der iPads in Partnerarbeit.* • Eigenschaften des Integrals (Intervalladditivität, Linearität, gerichtete Flächeninhalte) • Skizzierung des Graphen der Integralfunktion zu dem Graphen einer gegebenen Integrandenfunktion • Bestimmung von Integralen mit Hilfe des GTR

• bestimmen Integrale numerisch auch mit Hilfe von digitalen Werkzeugen. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern), • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.	
G. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs, • stellen die Vermutung auf, dass die Ableitung der Integralfunktion die Intergrandenfunktion ist (Begriff der Stammfunktion),	• **Integralrechnung 1** *Konkretisierung z.B. durch Bestimmung von Intergralen als Grenzwert der Ober-, Untersummen bei quadratischen Integrandenfunktionen mit Hilfe dynamischer Arbeitsblätter von GeoGebra.* • Bestimmung von Intergralen als Grenzwert der Ober-, Untersummen • Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung: Integrandenfunktion als Ableitung der Integralfunktion (inkl. anschaulicher Herleitung) • Begriff der Stammfunktion

• erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion und begründen geometrisch-anschaulich den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung als Beziehung zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Teil 1). **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.	*Konkretisierung z.B. durch ein Domino- oder Memoryspiel mit der Zuordnung Funktion und Stammfunktion.*
H. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • bestimmen Stammfunktionen von ganzrationalen Funktionen, • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen oder Nachschlagwerken entnommenen Stammfunktionen (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Teil 2).	• **Integralrechnung 2** • Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen zu einer gegebenen ganzrationalen Funktion • Nutzung von Nachschlagwerken zur Bestimmung von Stammfunktionen • Berechnung von Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern), • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.	
I. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • bestimmen Flächeninhalte und Volumina, die durch Rotation um die Abszissenachse entstehen, mit Hilfe von bestimmten Integralen, • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Intergralen, • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext, • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion,	• **Anwendung der Integralrechnung** • Berechnung des Flächeninhalts von Flächen (zwischen Graph und x-Achse, zwischen zwei Graphen) • Berechnung des Flächeninhalts von Flächen, die von Graphen von zusammengesetzten Funktionen begrenzt werden • Bestimmung und Deutung des Flächeninhalts von Flächen im Sachzusammenhang • Bestimmung des Volumens von Rotationskörpern • Ermittlung des Mittelwertes einer durch eine Funktion beschriebenen Größe auf einem Intervall [a; b]

• ermitteln den Mittelwert einer durch eine Funktion beschriebene Größe auf einem Intervall [a; b]. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.	*Konkretisierung z.B. mit Hilfe der Strukturlegetechnik zur Sicherung aller zentralen Begriffe aus der Analysis und Erarbeitung einer Mindmap zur Visualisierung analytischer Zusammenhänge in Gruppenarbeit.* *Konkretisierung z.B. Selbstlernkontrolle durch Verwendung der entsprechenden Funktionen des GTR am Ende der Unterrichtseinheit im Lerntempoduett.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*
J. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen, • verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum, • nutzen Logarithmusfunktionen als Umkehrfunktion der Exponentialfunktionen. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**	• **Exponentialfunktion (Grundlagen)** • Eigenschaften von Exponentialfunktionen (Nullstellen, y-Achsenabschnitt, Monotonie, Verhalten im Unendlichen, Symmetrie, Einfluss der Basis auf Eigenschaften der Funktion) • Beschreibung von Zerfalls- und Wachstumsprozessen (inkl. begrenztem Wachstum) durch Exponentialfunktionen (Anfangswert, Wachstumsfaktor) • Bestimmung von Exponentialfunktionen aus im Sachzusammenhang gegebenen Daten • der Logarithmus als Umkehrfunktion einer Exponentialfunktion • Nutzung des Logarithmus u. a. zur Bestimmung von Halbwerts-, Verdoppelungszeiten

Die Studierenden • nutzen digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen und als Wertetabelle, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor, • nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis), • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung, • wählen heuristische Hilfsmittel (z.B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen, • erkennen Muster und Beziehungen.	

4.3.2 Leistungskurs 4. Semester - 1. Quartal (Q2.1-LK-S1)

Stochastik 1

Thema: Stochastik (Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

A. Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben,
• erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen,
• stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf (inkl. kurze Wiederholung der Kenntnisse aus der Einführungsphase) und führen Erwartungswertbetrachtungen durch,
• bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Die Studierenden
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung;
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells;
	• **Wiederholung**
	  • Zufallsversuch, Baumdiagramm, Pfadregeln
	Konkretisierung z.B. durch Verwendung der Strukturlegetechnik oder von Lernkarten in Kleingruppen.
	• Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße
	• **Lage- und Streumaße von Wahrscheinlichkeitsverteilungen**
	  • Erwartungswert mit Anwendungen
	  • Standardabweichung mit Anwendungen

• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation; • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein; • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus; • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen; • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus,	
• **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Studierenden* • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente; • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten, • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung, • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen,	• **Binomialverteilung** • Bernoulliversuch, Bernoullikette • Binomialkoeffizient *Konkretisierung z.B. durch praktisches Experimentieren mit Urnenmodellen in Partnerarbeit.* • Binomialverteilung *Konkretisierung z.B. durch Einsatz dynamischer Arbeitsblätter mit Hilfe von GeoGebra.* • kumulierte Binomialverteilung *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen durch Histogramme und Erarbeitung der Wirkung vom Stichprobenumfang und der Erfolgswahrscheinlichkeit auf die Lage und Form der Histogramme.*

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein; • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus; • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus; • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells; • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation; • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen; • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren; • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen.	
• **Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Studierenden* • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse, • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen, • beschreiben und beurteilen den Fehler 1. und 2. Art.	• **Hypothesentest** • Konstruktion eines Tests (Null-, Gegenhypothese, Verwerfungs-, Annahmebereich) • Formulierung von Entscheidungsregeln mit Hilfe der Sigmaregeln • Fehler 1./2. Art

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): *Die Studierenden* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung; • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen; • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung.	*Konkretisierung z.B. durch die Nutzung digitaler Werkzeuge (GTR, GeoGebra) zur Visualisierung der Fehlerwahrscheinlichkeiten und des Einflusses des Stichprobenumfangs und der Erfolgswahrscheinlichkeit auf die Größe der beiden Fehlerwahrscheinlichkeiten.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung von Textbausteinen zur sprachsensiblen Unterstützung.* *Konkretisierung z.B. mit Hilfe der Strukturlegetechnik zur Sicherung aller zentralen Begriffe aus der Stochastik.* *Konkretisierung z.B. durch den Einsatz von Fermi-Karten in Kleingruppen.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*

4.3.3 Leistungskurs 4. Semester - 2. Quartal (Q2.2-LK-A2)

Analysis 2

Thema: Differential- und Integralrechnung bei Exponentialfunktionen (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
A. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion, • bilden die Ableitungen (mit Hilfe von Summen-, Faktor-, Produkt- und Kettenregel) ◆ der natürlichen Exponentialfunktion, ◆ von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis, • untersuchen die Funktion auf ihr Verhalten im Unendlichen und auf Symmetrie. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells,	• **die natürliche Exponentialfunktion** • die Eulersche Zahl e • die natürliche Exponentialfunktion • Darstellung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis mit Hilfe der Eulerschen Zahl e • Ableitung von zusammengesetzten Exponentialfunktionen (mit beliebiger Basis) mit Hilfe der Summen-, Faktor-, Produkt- und Kettenregel • Symmetrie • Verhalten im Unendlichen • Darstellung von Graphen von Parameterfunktionen mit dem GTR und Untersuchung der Wirkung des Parameters auf die Eigenschaften der Funktionen bzw. des zugehörigen Graphen

• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein; • greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter.	
B. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechsel-kriterien sowie das zweite hinreichende Kriterium zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten, • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitions-bereich, • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung, • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionen, • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingun-gen, die sich aus dem Kontext ergeben, • Die Studierenden führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden*	• **Anwendung des Ableitungsbegriffs** • Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten eines Funktionsgraphen mit Hilfe des 1. und 2. hinreichenden Kriteriums • Ablesen von Extrem- und Wendepunkten eines mit dem GTR dargestellten Funktionsgraphen • Bestimmung von lokalen Extrema einer Funktion mit Hilfe des 1. und 2. hinreichenden Kriteriums • Bestimmung des absoluten Extremums unter Einbeziehung der Ränder • Ablesen von Extremstellen und den zugehörigen Extremwerten einer mit dem GTR als Graph dargestellten Funktion • Bestimmung der Monotonieintervalle einer Funktion rechnerisch und mit GTR • Bestimmung der Krümmungsintervalle eines Funktionsgraphen rechnerisch und mit GTR • alle oben genannten Punkte auch mit Funktionenscharen inklusive eventuell notwendiger Fallunterscheidungen • Bestimmung von Ortskurven von parameterabhängigen Punkten • Anwendung der Verfahren auch auf Funktionen und Problemstellungen in einem gegebenen Sachzusammenhang

• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus, • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff), • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen, • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation, • berücksichtigen einschränkende Bedingungen, • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung, • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen.	*Konkretisierung z.B. durch fächerverbindende Anwendungsbeispiele aus dem Bereich der Ökologie.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.* • Steckbriefaufgaben: Bestimmung eines Funktionsterms zu gegebenen Daten • **Extremwertaufgaben** • Begriff der Haupt- und Nebenbedingung und der Zielfunktion • mathematische Formulierung der Haupt- und Nebenbedingung und Ermittlung eines Funktionsterms der Zielfunktion • Anwendung der Verfahren der Differentialrechnung zur Bestimmung des absoluten Maximums / Minimums der Zielfunktion • Behandlung komplexer Extremwertprobleme • Behandlung von Extremwertproblemen, die auf eine parameterabhängige Zielfunktion führen *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*

C. Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• Interpretieren im Sachkontext Flächen unter Graphen von Funktionen, die eine Änderungsrate einer Größe beschreiben, als Gesamtbestand oder Gesamteffekt der gegebenen Größe,
• bestimmen Stammfunktionen von natürlichen Exponentialfunktion mit linerarem Exponenten mit ganzrationononalem Vorfaktor mithilfe des Verfahrens der partiellen Integration.
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Die Studierenden
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern),
• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus,
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.
	• **Integralrechnung 1**
	  • Interpretation von Flächen unter Funktionsgraphen in Sachzusammenhängen
	  • Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen (lineare Substitution, partielle Integration)

D. Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• bestimmen Integrale mit Hilfe von gegebenen oder Nachschlagwerken entnommenen Stammfunktionen,
• bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszissenachse entstehen, mithilfe von mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen,
• deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext,
• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate,
• ermitteln den Mittelwert einer durch eine Funktion beschriebene Größe auf einem Intervall [a; b].
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle,
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation,
• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus,
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.
	• **Integralrechnung 2**
	  • Nutzung von Nachschlagwerken zur Bestimmung von Stammfunktionen
	  • Berechnung von Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen
	• **Anwendung der Integralrechnung**
	  • Berechnung des Flächeninhalts von Flächen (zwischen Graph und x-Achse, zwischen zwei Graphen)
	  • Berechnung des Flächeninhalts von Flächen, die von Graphen von zusammengesetzten Funktionen begrenzt werden
	  • Deutung von Flächen im Sachzusammenhang und Bestimmung des Flächeninhalts
	  • Bestimmung des Volumens von Rotationskörpern
	  • Mittelwert einer durch eine Funktion beschriebenen Größe auf einem Intervall [a; b]
	Konkretisierung z.B. durch Bearbeiten und Präsentieren ausgewählter Abituraufgaben in Kleingruppen.
	Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.

4.3.4 Leistungskurs 4. Semester - 2. Quartal (Ende) (Q2.2-LK-S2)

Stochastik 2

Thema: Differential- und Integralrechnung bei Exponentialfunktionen (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.**)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

A. **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**
Die Studierenden
• unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion,
• untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen,
• beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gauß'sche Glockenkurve).
 	
Prozessbezogene Kompetenzen
• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein;
• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus;
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus;
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells;
	• **Normalverteilung**
	  • stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Dichtefunktion
	  • Normalverteilung
	  • normalverteilte Zufallsgrößen
	  • fakultativ: Annäherung der Binomialverteilung durch die Normalverteilung, Moivre-Laplace

• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation; • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen; • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren; erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen.	

4.3.5 Leistungskurs 5. Semester - 1. Quartal - 2. Quartal - 1. Hälfte (Q3.1-LK-G1)

Analytische Geometrie 1

Thema: Analytische Geometrie **(Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.)**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
A. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum, • erfassen geometrische Objekte im räumlichen kartesischen Koordinatensystem und stellen einfache dreidimensionale Objekte mithilfe digitaler Werkzeuge dar, • deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren, • stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar, • addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachstrukturen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung und	• **das kartesische Koordinatensystem im IR^3** • Wahl eines geeigneten Koordinatensystems zu gegebenen Objekten und mit diesem Bestimmung der Koordinaten vorgegebener Punkte • stellen einfache geometrische Objekte mit digitalen Hilfsmitteln dar • **Vektoren im IR^3** • Deutung von Vektoren als Verschiebung • Betrag eines Vektors • Darstellung im IR^3 als Spaltenvektor • Begriff des Ortsvektors, Darstellung im Koordinatensystem • Addition, Subtraktion von Vektoren, Multiplikation mit einem Skalar *Konkretisierung z.B. durch den Einsatz dynamischer Arbeitsblätter von GeoGebra (iPads), zur Visualisierung der Eigenschaften von Vektoren im dreidimensionalen Raum in Gruppen- oder Partnerarbeit.* • Begriff der Kollinearität, Überprüfung von Vektoren auf Kollinearität • Anwendung von Vektoren im Sachzusammenhang (Geschwindigkeit, Kraft, weitere gerichtete Größen) *Konkretisierung z.B. durch ein Stationenlernen mit Anwendungen von Vektoren in verschiedenen Kontexten. Insbesondere physikalische*

treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Modellieren: Strukturieren), • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur) aus, um die Situation zu erfassen und erkennen Muster und Beziehungen (Problemlösen: Erkunden), • nutzen Geodreicke, geometrische Modelle und digitale Werkzeuge (grafikfähiger Taschenrechner) zum grafischen Darstellen von Ortsvektoren und Objekten im Raum (Werkzeuge nutzen).	*Anwendungen wie z.B. Kräfteparallelogramm, Reflexionen oder gleichförmig bewegte Körper.*

B. **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**
Die Studierenden
• deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es,
• berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten,
• untersuchen mithilfe von Vektoreigenschaften bzw.dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung).
 	
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Die Studierenden
• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme und finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Problemlösen: Erkunden),
	• **das Skalarprodukt**
	  • Definition und geometrische Interpretation des Skalarproduktes
	  • Berechnung des Skalarproduktes bei Spaltenvektoren im IR^3
	• **Anwendungen des Skalarproduktes**
	  • Berechnung des Betrags eines Vektors
	  • Abstände von zwei Punkten
	  • Winkel zwischen zwei Vektoren
	  • Orthogonalität von Vektoren
	  • Anwendung auf geometrische Objekte im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen (Werkzeuge nutzen). **C. Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Studierenden* • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar, • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden, • berechnen Schnittpunkte von Geraden, • untersuchen mithilfe von Vektoreigenschaften bzw. dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung). **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Problemlösen: Lösen), • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Argumentieren: Begründen), • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Kommunizieren: Rezipieren), • nutzen Geodreicke, geometrische Modelle und digitale Werkzeuge (grafikfähiger Taschenrechner) zum grafischen	• **Geraden** • Darstellung von Geraden in Parameterform und Deutung des Parameters • Darstellung von Strecken in Parameterform • Lagebeziehungen von zwei Geraden und Bestimmung des Schnittpunktes • Winkel zwischen zwei sich schneidenden Geraden • Geradenscharen • Anwendungen im Sachzusammenhang *Konkretisierung z.B. durch Erstellung einer Mindmap zu Eigenschaften von Geraden und deren Untersuchung am Ende der Unterrichtseinheit ggf. auch binnendifferenziert mit Hilfe von sprachsensiblen Textbausteinen*

Darstellen von Vektorsummen und Geraden (Werkzeuge nutzen). **D. Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Studierenden* • stellen Ebenen in Parameterform und Koordinatenform dar, • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar, • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum, • Untersuchen Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene, • berechnen Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, • untersuchen mithilfe von Vektoreigenschaften bzw. dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung), • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen, • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungs-systemen auch in Matrix-Vektor-Schreibweise. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege; setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung eine und wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (Problemlösen: Lösen),	• **Ebenen** • Parameterdarstellung von Ebenen und Deutung der Parameter • Ebenen in Normalenform, Deutung • Koordinatendarstellung von Ebenen • Ebenenscharen • Darstellung von Dreiecken und Parallelogrammen in Parameterform • Lagebeziehungen von Gerade und Ebene und Bestimmung des Schnittpunktes • Anwendungen im Sachzusammenhang *Konkretisierung z.B. Erstellung einer Mindmap zu Eigenschaften von Ebenen und deren Untersuchung am Ende der Unterrichtseinheit ggf. auch binnendifferenziert mit Hilfe von sprachsensiblen Textbausteinen.* • Abstand: Punkt - Gerade, Punkt - Ebene, Gerade - Gerade, Gerade - Ebene, Ebene - Ebene • Winkel: Gerade - Ebene, Ebene – Ebene • **Lineare Gleichungssysteme** • lösen lineare Gleichungssystem in Matrixschreibweise • interpretieren die Lösungsmenge im gegebenen Kontext auch im Sachzusammenhang

• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung; vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten und beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Problemlösen: Reflektieren), • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege; verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang und wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (Kommunizieren: Produzieren), • verwenden digitale Werkzeuge (grafikfähiger Taschenrechner) zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen (Werkzeuge nutzen).	*Konkretisierung z.B. durch Bearbeitung binnendifferenzierter Übungsaufgaben im Lerntempoduett.* *Konkretisierung z.B. mit Hilfe der Strukturlegetechnik zur Sicherung aller zentralen Begriffe aus der analytischen Geometrie und Erstellung einer Mindmap in Gruppenarbeit.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*

4.3.6 Leistungskurs 5. Semester - 2. Quartal - 2. Hälfte (Q3.2-LK-S2)

Stochastik 2

Thema: Übergangsmatrizen (**Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert).**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
A. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen, • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände). **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle, • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells, • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation.	• Zustandsvektor • stochastische Matrix • Unterschied zwischen stochastischen und nicht-stochastischen Matrizen • Matrixmultiplikation • Grenzzustand *Konkretisierung z.B. mit Hilfe der Strukturlegetechnik zur Sicherung aller zentralen Begriffe zu Prozessmatrizen, Strukturlegetechnik und Erarbeitung einer Mindmap zur Visualisierung in Gruppenarbeit.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*

4.3.7 Leistungskurs 6. Semester (Q4-LK-A3)

Analysis - 3

Thema: Differential- und Integralrechnung bei Logarithmusfunktionen **(Alle folgenden Inhalte werden auch im Sachzusammenhang thematisiert.)**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
A. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* bilden die Ableitungen (mit Hilfe von Summen-, Faktor-, Produkt- und Kettenregel) der natürlichen Logarithmusfunktion. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge; • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells; • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein; • greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,	• **Die natürliche Logarithmusfunktion** • die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrung der natürlichen Exponentialfunktion • Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion • Bestimmung der Ableitungsfunktion einer natürlichen Logarithmusfunktion mit ganzrationalem oder gebrochen-rationalem Anteil mit Hilfe von Potenz-, Summen- und Faktorregel, Produkt- und Kettenregel • Symmetrie • Verhalten im Unendlichen • Darstellung von Graphen von Parameterfunktionen mit dem GTR und Untersuchung der Wirkung des Parameters auf die Eigenschaften der Funktionen bzw. des zugehörigen Graphen
B. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden*	**Anwendung des Ableitungsbegriffs** • Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten eines Funktionsgraphen mit Hilfe des 1. und 2. hinreichenden Kriteriums

• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie das zweite hinreichende Kriterium zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten, • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich, • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung, • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionen, • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, • Die Studierenden führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus; • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung; • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme;	• Ablesen von Extrem- und Wendepunkten eines mit dem GTR dargestellten Funktionsgraphen • Bestimmung von lokalen Extrema einer Funktion mit Hilfe des 1. und 2. hinreichenden Kriteriums • Bestimmung des absoluten Extremums unter Einbeziehung der Ränder • Ablesen von Extremstellen und den zugehörigen Extremwerten einer mit dem GTR als Graph dargestellten Funktion • Bestimmung der Monotonieintervalle einer Funktion rechnerisch und mit GTR • Bestimmung der Krümmungsintervalle eines Funktionsgraphen rechnerisch und mit GTR • alle oben genannten Punkte auch mit Funktionenscharen inklusive eventuell notwendiger Fallunterscheidungen • Bestimmung von Ortskurven von parameterabhängigen Punkten • Bestimmung eines Funktionsterms einer Funktion mit gegebenen Eigenschaften • Anwendung der Verfahren auch auf Funktionen und Problemstellungen in einem gegebenen Sachzusammenhang • **Extremwertaufgaben** • Begriff der Haupt- und Nebenbedingung und der Zielfunktion • mathematische Formulierung der Haupt- und Nebenbedingung und Ermittlung eines Funktionsterms der Zielfunktion • Anwendung der Verfahren der Differentialrechnung zur Bestimmung des absoluten Maximums/ Minimums der Zielfunktion

• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus; • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff); • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation; • berücksichtigen einschränkende Bedingungen, • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung; • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können; • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen.	• Behandlung komplexer Extremwertprobleme • Behandlung von Extremwertproblemen, die auf eine parameterabhängige Zielfunktion führen *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*
C. Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • Interpretieren im Sachkontext Flächen unter Graphen von Funktionen, die eine Änderungsrate einer Größe beschreiben, als Gesamtbestand oder Gesamteffekt der gegebenen Größe,	• **Integralrechnung 1** • Interpretation von Flächen unter Funktionsgraphen in Sachzusammenhängen • $x \mapsto \ln(\lvert x \rvert)$ als eine Stammfunktion der Funktion $x \mapsto \frac{1}{x}$ • Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen (partielle Integration) • Nutzung von Nachschlagwerken zur Bestimmung von Stammfunktionen, • Berechnung von Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen

• nutzen $x \mapsto \ln(\lvert x \rvert)$ als eine Stammfunktion der Funktion $x \mapsto \frac{1}{x}$, **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** *Die Studierenden* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern); • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein; • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.	

D. Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• bestimmen Integrale mit Hilfe von gegebenen oder Nachschlagwerken entnommenen Stammfunktionen,
• bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszissenachse entstehen, mithilfe von mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen
	• **Integralrechnung 2**
	  • Nutzung von Nachschlagwerken zur Bestimmung von Stammfunktionen
	  • Berechnung von Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen
	• **Anwendung der Integralrechnung**

Integralen, • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext, • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate, • ermitteln den Mittelwert einer durch eine Funktion beschriebene Größe auf einem Intervall [a; b]. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle; • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation; • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus; • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.	• Berechnung des Flächeninhalts von Flächen (zwischen Graph und x-Achse, zwischen zwei Graphen) • Berechnung des Flächeninhalts von Flächen, die von Graphen von zusammengesetzten Funktionen begrenzt werden • Deutung von Flächen im Sachzusammenhang und Bestimmung des Flächeninhalts • Bestimmung des Volumens von Rotationskörpern • Mittelwert einer durch eine Funktion beschriebenen Größe auf einem Intervall [a; b] *Konkretisierung z.B. durch Bearbeiten und Präsentieren ausgewählter Abituraufgaben in Kleingruppen.* *Konkretisierung z.B. durch Verwendung digitaler Werkzeuge (GTR; GeoGebra) zur Lösung komplexer Aufgabenstellungen.*

5 Konzept zur Leistungsbewertung im Fach Mathematik am Köln-Kolleg

5.1 Vorbemerkungen

5.1.1 Rechtliche Grundlagen

- Schulgesetz NRW §48,
- APO-Wbk §§ 17 – 19,
- Kernlehrplan für das Abendgymnasium und Kolleg in Nordrhein-Westfalen, Mathematik (1. Auflage 2015)
- jeweils aktuelle Vorgaben zum Zentralabitur,
- Beschluss der LK vom 29.01.2004 zu den Rahmenbedingungen für die Anfertigung von Facharbeiten am Köln-Kolleg.

5.1.2 Aufgaben des Leistungsbewertungskonzepts

Das Leistungsbewertungskonzept

- informiert die Studierenden über verbindliche und verlässliche Grundsätze der Leistungsbewertung im Fach Mathematik,
- dient der Erleichterung der Zusammenarbeit in der Fachkonferenz Mathematik.

5.2 Vorgehen bei der Leistungsbewertung

5.2.1 Grundsätze der Leistungsbewertung

- Lernerfolgsüberprüfungen sind ein kontinuierlicher Prozess; es sind alle von einem Studierenden im Zusammenhang mit dem Unterricht erbrachten Leistungen zu bewerten.
- Die Leistungsbewertung bezieht sich auf die im Unterricht vermittelten Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten.
- Die Studierenden haben im Unterricht ausreichend Gelegenheit, die geforderten Leistungen in Anspruch und Umfang kennenzulernen und zu erbringen.
- Bewertet werden der Umfang, die selbständige und richtige Anwendung der im Unterricht erworbenen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie die Art der Darstellung. Neben der Reproduktion muss der Unterricht die Möglichkeit bieten, auch komplexere Leistungen zu erbringen.
- Die Bewertung ihrer Leistungen ist für die Studierenden auch im Vergleich zu ihren Mitstudierenden transparent; am Beginn des Semesters werden die Kriterien der Leistungsbewertung den Studierenden vorgestellt.

- Die Ergebnisse der Lernerfolgsüberprüfungen dienen den Lehrkräften zusätzlich als Anlass, ihre Methoden und Zielsetzungen zu überprüfen und die Studierenden individuell zu fördern; für die Studierenden sollen sie eine Lernhilfe sein.
- Die Semesterendnote setzt sich gleichwertig zusammen aus der Note, die sich aus den Klausuren ergibt, und der Note für die übrigen im Zusammenhang mit dem Unterricht erbrachten Leistungen, die in der „Sonstigen Mitarbeit“ zusammengefasst werden.

5.2.2 Bewertungskriterien

a) Besonderes Gewicht kommt bei der Bewertung folgenden Aspekten zu, die in allen Kompetenzbereichen von Bedeutung sind:

- sachliche Richtigkeit,
- Folgerichtigkeit und Begründetheit der Aussagen,
- Differenziertheit des Verstehens und Darstellens,
- Herstellung geeigneter Zusammenhänge,
- Klarheit in Aufbau und Sprache,
- Sicherheit im Umgang mit der Fachsprache und -methode.

b) Fachspezifische Aspekte der Leistungsbewertung sind folgende Fähigkeiten der Studierenden:

- eigenständige, angemessene Argumentationen und Vermutungen entwickeln (Problemlösen und Argumentieren);
- zu mathematischen Aussagen Stellung beziehen (Argumentieren und Kommunizieren);
- das eigene Urteil anderen verständlich machen, rational begründen und argumentativ vertreten (Argumentieren und Kommunizieren);
- geeignete Lösungsstrategien auswählen bzw. geeignete Lösungswege finden und ausführen (Problemlösen und Werkzeuge nutzen);
- passende mathematische Modelle konstruieren bzw. vorgegebene Modelle nachvollziehen und bewerten (Modellieren);
- geeignete Darstellungsformen auswählen, eigene Darstellungsformen entwerfen und gegebene Darstellungsformen analysieren (Kommunizieren und Argumentieren; Werkzeuge nutzen);
- mathematische Lösungsverfahren unterschiedlicher Komplexität ausführen und reflektierend bewerten (Problemlösen);
- mathematische Informationen aus Quellen entnehmen sowie unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache darlegen (Kommunizieren);
- vernetzte fachübergreifende Zusammenhänge erschließen und erläutern (Kommunizieren, Werkzeuge nutzen);
- den Nutzen / die Auswirkungen mathematischer Modelle in Sachkontexten analysieren und reflektieren (Modellieren).

Die Überprüfung der Kompetenzen im Fach Mathematik wird im Allgemeinen nicht über bestimmte Aufgabentypen, sondern über die in den Aufgaben verwendeten Operatoren gesteuert. Bis auf wenige Ausnahmen lassen sich alle Aufgabentypen durch die Wahl des entsprechenden Operators zur Überprüfung einer bestimmten Kompetenz nutzen, z.B.:

- Argumentieren: z.B. Operatoren „erklären, erläutern, beurteilen, begründen“,
- Kommunizieren: z.B. Operatoren „beschreiben, erklären, erläutern“
- Werkzeuge nutzen: z.B. „bestimmen, ermitteln“,
- Problemlösen: z.B. „bestimmen, ermitteln, beweisen, widerlegen, herleiten, untersuchen, zeigen“
- Modellieren: z.B. „aufstellen, darstellen, erstellen“.

5.2.3 Kompetenzerwartungen

Leistungen im Kompetenzbereich „Werkzeuge nutzen“ können vor Allem anhand bekannter und geübter Aufgaben beurteilt werden. Zusammen mit der Anwendung von Algorithmen sind solche Leistungen die Grundlage, auf der weiterführende Kompetenzen aufbauen. Sie entsprechen in der Regel einem niedrigen Anforderungsniveau.

Leistungen in den Kompetenzbereichen „Modellieren“, „Kommunizieren“ und z.T. auch „Problemlösen“ stellen den größten Teil der Anforderungen im Mathematikunterricht dar. Sie setzen voraus, dass Studierende die bearbeiteten Inhalte verstehen, und können demgemäß vor Allem in Kommunikationssituationen (z.B. Partner-/Gruppenarbeit oder Vortrag einer Lösung an der Tafel) beurteilt werden. In Klausuren werden diese Kompetenzen durch einfache Transferleistungen abgedeckt.

Anspruchsvolleres „Problemlösen“ und „Argumentieren“ werden regelmäßig nur von einem kleineren Teil der Studierenden erreicht. In der Einführungsphase und in einem Grundkurs der Qualifikationsphase entsprechen sie einem hohen Anforderungsniveau, in einem Leistungskurs können sie in begrenztem Umfang auch schon auf einem mittleren Anforderungsniveau erwartet werden. Die geeignete Methode zur Beurteilung dieser Kompetenzen lässt sich nicht sinnvoll standardisieren, sondern ergibt sich aus den jeweils behandelten Inhalten.

5.3 Formen der Leistungsüberprüfung

5.3.1 Klausuren

Klausuren dienen der schriftlichen Überprüfung der Lernergebnisse des vorausgegangenen Unterrichts. Die Studierenden haben in den Klausuren Gelegenheit, sowohl Sachkenntnisse als auch methodische Fertigkeiten nachzuweisen. Neben der sachlichen Richtigkeit soll auch die Form der Darstellung und die sprachliche Richtigkeit bewertet werden. Im Unterricht werden durch vorbereitende Übungen schrittweise die notwendigen Kenntnisse und Fertigkeiten aufgebaut.

Die Aufgabenstellungen spiegeln die Vielfalt der im Unterricht angesprochenen Ziele wider. Diese umfassen daher einen reproduktiv-operativen Teil (Anforderungsbereich I), einen Teil, in dem die im Unterricht erworbenen Kenntnisse und eingeübten Verfahren auf vergleichbare Situationen übertragen werden (Anforderungsbereich II) und einen Teil, in dem der Studierende komplexe Gegebenheiten erfassen, verarbeiten und durch Auswahl und Anpassung eingeübter Verfahren zu selbständigen

Lösungen oder Deutungen gelangen soll (Anforderungsbereich III). Die zu erreichenden Punkte werden dabei angemessen auf die drei Anforderungsbereiche verteilt. Dabei nimmt der Anteil rein ergebnisorientierter Rechenaufgaben vom Vorkurs bis zum 6. Semester kontinuierlich ab zugunsten sach- und problemorientierter Aufgabenstellungen. Auf diese Art sollen durch eine eventuelle Überforderung möglicherweise entstehende Ängste und Lernblockaden vermieden werden, und die Studierenden werden langsam an die komplexen Aufgabenstellungen der zentralen Abiturprüfung herangeführt.

Die Aufgaben werden mit Hilfe der für die Abiturprüfung vorgegebenen Operatoren gestellt. Die Studierenden lernen die Operatoren vorher im Unterricht kennen.

Soweit bei einer Klausur der grafikfähige Taschenrechner zugelassen ist, enthält die Klausur auch einen hilfsmittelfreien Teil.

Das Schema der Fehlerkennzeichnung wird den Studierenden durch die Fachlehrkräfte transparent gemacht. So soll ihnen ermöglicht werden, die Art und Schwere des Fehlers zu erkennen. Gegebenenfalls werden sachbezogene Hinweise und Bemerkungen am Rand oder am Ende der Arbeit ergänzt, die es den Studierenden ermöglichen, ihre Fehler zu analysieren und für ihr weiteres Lernen nutzbar zu machen. Die Art und das Ausmaß der Anmerkungen orientieren sich dabei an den Regelungen, die im Anhang 1 „Korrektur von Klausuren“ des Leistungsbewertungskonzeptes genannt werden.

Anzahl und Dauer der Klausuren:

Einführungsphase

Semester	Anzahl	Dauer
VK, 1., 2.	2	90 min

Qualifikationsphase

GK			LK		
Semester	Anzahl	Dauer	Semester	Anzahl	Dauer
3.	1	90 Min	3.	2	bis zu 135 min
4.	2	90 / 135 min	4.	2	bis zu 180 min
5.	2	135 / 180 min	5.	2	bis zu 255 min
6.	1	180 min	6.	1	255 min

Im Grundkurs schreiben im 5. Semester nur die Studierenden Klausuren, die Mathematik als 3. oder 4. Abiturfach gewählt haben, und im 6. Semester nur die Studierenden, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben.

Beginnend mit der 2. Klausur im 1. Semester bestehen die Klausuren aus zwei Teilen. Der erste Teil muss von den Studierenden ohne Hilfsmittel (grafikfähiger Taschenrechner, Formelsammlung) gelöst werden (hilfsmittelfreier Teil). Für die Bearbeitung des zweiten Teils stehen den Studierenden die o.g. Hilfsmittel zur Verfügung.

Die Länge des hilfsmittelfreien Teils beträgt durchgängig, d.h. in der Einführungsphase und in der Qualifikationsphase in den Grund- und Leistungskursen, in der Regel 45 Minuten.

Eine Klausur wird in der Regel dann mit ausreichend bewertet, wenn näherungsweise die Hälfte der Höchstpunktzahl erreicht wurde. Die folgende Zuordnung zwischen dem Anteil der erreichten zur erreichbaren Punktzahl und der Benotung entstammt den Vorgaben zur Korrektur von Abiturarbeiten. Sie kann für Klausuren des Vorkurses und der Einführungsphase, sie soll für Klausuren der Qualifikationsphase verwendet werden.

≥ 95%	≥ 90%	≥ 85%	≥ 80%	≥ 75%	≥ 70%	≥ 65%	≥ 60%
1+	1	1–	2+	2	2–	3+	3
≥ 55%	≥ 50%	≥ 45%	≥ 39%	≥ 33%	≥ 27%	≥ 20%	< 20%
3–	4+	4	4–	5+	5	5–	6

5.3.2 Sonstige Mitarbeit

Die „Sonstige Mitarbeit“ umfasst alle außerhalb der Klausuren im Zusammenhang mit dem Unterricht erbrachten Leistungen wie mündliche Mitarbeit im Unterricht, Hausaufgaben, schriftliche Übungen und Referate. Zur Leistungsbewertung sind Unterrichtssituationen, in denen Studierende ihre Gedanken sprachlich äußern, besonders geeignet. Dies geschieht vor allem bei der gemeinsamen Erarbeitung neuer Inhalte, und wenn Studierende sich gegenseitig etwas erklären.

5.3.2.1 Mündliche Mitarbeit

Kriterien zur Bewertung der mündlichen Mitarbeit sind:

- die Kenntnis und Verwendung der fachspezifischen Terminologie, sowie eine sachgerechte Darstellung,
- die Beherrschung der mathematischen Verfahren und Methoden,
- die Fähigkeit, Problemstellungen zu analysieren und sachgerecht darzustellen,
- die Fähigkeit, Kenntnisse und Verfahren in neuen Kontexten anzuwenden,
- die Fähigkeit, Ideen und Lösungsansätze bei der Behandlung neuer Problemstellungen einzubringen,
- der Sinn für die Zusammenhänge des Fachs.

Dabei dienen zur Beurteilung der Leistungen in den obigen Gebieten folgende Maßstäbe:

- die Qualität und Kontinuität der Beiträge,
- die Vielfalt der Gesichtspunkte und ihre jeweilige Bedeutsamkeit,
- der Grad der Selbständigkeit,

- der Grad der produktiv-kreativen Fähigkeiten insbesondere beim Lernen von neuen Inhalten,
- die Fähigkeit, auf die Beiträge anderer einzugehen,
- konstruktiver Umgang mit eigenen Fehlern und den Fehlern anderer,
- die Fähigkeit zur Zusammenarbeit (z.B. in einer Gruppenarbeit),
- Arbeitsergebnisse angemessen aufbereitet der Lerngruppe zur Verfügung stellen,
- der Grad der Bereitschaft und des Interesses,
- der Grad der gezeigten Hilfsbereitschaft gegenüber den Mitstudierenden in Unterrichtssituationen wie z.B. Übungsphasen.

5.3.2.2 Hausaufgaben

Beiträge bei der Besprechung und die Präsentation von Hausaufgaben werden hinsichtlich obiger Maßstäbe in den Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit“ einbezogen.

5.3.2.3 Schriftliche Übungen

Schriftliche Übungen haben in der Regel einen Umfang von 30 Minuten, bei Vorlage von Arbeitsmaterial und Texten von maximal 45 Minuten und werden benotet. Die Aufgabenstellung ergibt sich unmittelbar aus dem Unterricht. Diese Note geht in den Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit“ ein.
Davon zu unterscheiden sind schriftliche Lernerfolgsüberprüfungen von geringer Dauer und geringerem Gewicht, die auch häufiger stattfinden können.

5.3.2.4 Referate

Bei der Beurteilung wird neben dem Inhalt (fachliche Richtigkeit, Sachangemessenheit) auch die Qualität des Vortrags (Gliederung, Verständlichkeit, Adressatenbezug, Verwendung geeigneter Medien, sprachlicher Vortrag) berücksichtigt (s Anhang 2: Bewertungsbogen für Referate)

5.3.3 Facharbeiten

Entweder im 4. oder 5. Semester kann die zweite Klausur in Grundkursen und Leistungskursen durch das Anfertigen einer Facharbeit ersetzt werden.
Eine Facharbeit ist eine umfassende, selbstständig anzufertigende Hausarbeit im Umfang von 8 - 12 Seiten. Außerdem stellt der Studierende die Ergebnisse der Facharbeit den anderen Studierenden in Rahmen eines Vortrags während des Unterrichts vor.
Die Bewertung der Gesamtleistung aus schriftlicher Hausarbeit und Vortrag erfolgt dabei nach den im Anhang 3 genannten Kriterien. Diese stellen die Bewertungsgrundlage dar. Die Note der Facharbeit ersetzt die Klausurnote der zweiten Klausur im Beurteilungsbereich „Klausuren“.

Dies legitimiert den erhöhten Leistungsanspruch gegenüber anderen Ausarbeitungen im Verlauf der Qualifikationsphase. Die Facharbeit soll in ihrem Umfang, ihrer Darstellung, sowie in den fachlichen und den interdisziplinären Ausführungen wissenschaftspropädeutisch angelegt sein. In einer Facharbeit soll der / die Studierende zeigen, dass er / sie sich eigenständig mit einem innermathematischen Themengebiet in einem außermathematischen Anwendungskontext auseinandergesetzt hat.

Das Thema der Facharbeit wird nach einem Themenvorschlag durch den Studierenden / die Studierende gemeinsam von dem / der Studierenden und der Lehrkraft festgelegt und muss im Kontext des Semesterthemas stehen. Der Zeitrahmen für die Anfertigung der Facharbeit beträgt 4 Wochen von der verbindlichen Anmeldung an gerechnet. Ein genauer zeitlicher Ablaufplan wird jedes Semester zentral festgelegt und den Studierenden und Lehrkräften zur Verfügung gestellt.

6 Anhänge

Anhang 1

Korrektur von Klausuren

Die Leistungsbewertung ist so anzulegen, dass

- sie den in den Fachkonferenzen gemäß Schulgesetz beschlossenen Grundsätzen entspricht,
- die Kriterien für die Notengebung den Studierenden transparent sind und
- die Korrekturen sowie die Kommentierungen den Lernenden auch Erkenntnisse über die individuelle Lernentwicklung ermöglichen. Dazu gehören insbesondere auch Hinweise zu individuell erfolgversprechenden allgemeinen und fachmethodischen Lernstrategien.

Über ihre unmittelbare Funktion als Instrument der Leistungsbewertung hinaus sollen Klausuren im Laufe der Einführungs- und der Qualifikationsphase auch zunehmend auf die inhaltlichen und formalen Anforderungen des schriftlichen Teils der Abiturprüfungen vorbereiten.

Da in Klausuren neben der Verdeutlichung des fachlichen Verständnisses auch die Darstellung bedeutsam ist, muss diesem Sachverhalt bei der Leistungsbewertung hinreichend Rechnung getragen werden. Sofern gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit nicht bereits bei den Bewertungskriterien der Darstellungsleistung fachspezifisch berücksichtigt werden, führen sie gemäß § 17 Abs. 5 APO-WBK zu einer Absenkung der Leistungsbewertung um bis zu zwei Notenpunkte in der Qualifikationsphase.

Randbemerkungen und Zeichen für die Korrektur und Bewertung in Klausuren

Neben der bereits beschriebenen Funktion der Kommentierung sollen Randbemerkungen für die Schülerinnen und Schüler wie auch für fachkundige Leser (z.B. Zweitkorrektoren) Hinweise auf besonders gelungene Teilleistungen geben, um so individuelle Stärken gezielt hervorzuheben. Daneben sind Fehler und Mängel durch die im Folgenden aufgeführten Korrekturzeichen genau zu lokalisieren und präzise zu bezeichnen. Erläuterungen dienen, nach pädagogischem Ermessen der korrigierenden Lehrkraft, einer sachbezogenen Präzisierung und / oder bieten konkrete Verbesserungsvorschläge an (nicht in Abiturklausuren). Insgesamt sind einschlägige Stärken und Schwächen im Rahmen der Korrektur deutlich zu machen und bei der Notengebung zu berücksichtigen.

Beobachtbare Mängel in der textangemessenen Versprachlichung sind dabei zu unterscheiden von Verstößen gegen sprachliche Richtigkeit. Letztere werden überwiegend durch die Fehlerzeichen G, R, Z erfasst. Fehler, die sich innerhalb einer Arbeit wiederholen, werden in der Regel mit „s.o." (z. B. „R s.o.") gekennzeichnet und nicht gewertet. Wenn jedoch eine erneute Berücksichtigung für die Bewertung sachlich geboten sein sollte, so wird das Korrekturzeichen wiederholt. Eine Gewichtung von Fehlern nach halben (-), ganzen (|) und Doppelfehlern (+) kann nach pädagogischem Ermessen der Fachlehrkraft vorgenommen werden. Ein Fehlerquotient wird nicht errechnet.

Korrekturzeichen:

Die nachfolgenden Korrekturzeichen gelten für alle in deutscher Sprache abgefassten Texte in Klausurarbeiten.

Zeichen	Beschreibung
R	Rechtschreibung
Z	Zeichensetzung
G	Grammatik (wenn nicht weiter spezifiziert, auch Syntax)
W	Wortschatz

Zur Spezifizierung von Grammatik- und Syntaxfehlern stehen zudem folgende Korrekturzeichen zur Verfügung:

Zeichen	Beschreibung
T	Tempus
M	Modus
N	Numerus
Sb	Satzbau
St	Wortstellung
Bz	Bezug

Zur Spezifizierung von Wortschatzfehlern stehen zudem folgende Korrekturzeichen zur Verfügung:

Zeichen	Beschreibung
A	Ausdruck/unpassende Stilebene o.a.
FS	Fachsprache (fehlend/falsch)

Zeichen für die inhaltliche Korrektur:

Zeichen	Beschreibung
✓	richtig (Ausführung/Lösung/etc.)
f	falsch (Ausführung/Lösung/etc.), Fehler wird <u>unterstrichen</u>
(✓)	folgerichtig (richtige Lösung auf Grundlage einer fehlerhaften Annahme / Zwischenlösung); weitergeführter Fehler wird <u>unterstrichelt</u>
~~	ungenau (Ausführung/Lösung/etc.)
[—]	Streichung (überflüssiges Wort/Passage)
⌈ ⌉ zw. #	Auslassung
Wdh.	Wiederholung, wenn vermeidbar

Fachspezifisch für das Fach <u>Mathematik</u> werden folgende Korrekturzeichen ergänzend verwendet:

Zeichen	Beschreibung
Rf	Rechenfehler
Af	falscher Ansatz
Vz	Vorzeichenfehler
Uf	fehlerhafte Umformung
Bg	fehlende/falsche/unvollständige Begründung
Ef	fehlende/falsche Einheit
Sa	sachlicher Fehler

Anhang 2

Bewerbungsbogen für Referate

Bewertungskriterien	Ja, gut gelungen	Nur zum Teil beachtet	Nein, nicht beachtet
1. Inhalt			
Wurde der Inhalt klar und verständlich erläutert?			
War ein „roten Faden" erkennbar?			
Wurde am Anfang eine Gliederung des Referats vorgelegt, auf die der Referent im Laufe des Referats zurückgekommen ist?			
Wurde der Vortrag in eine Einleitung, einen Haupt- und einen Schlussteil gegliedert?			
Wurde die Einleitung so ansprechend gestaltet, dass Ihr Interesse geweckt wurde?			
Wurden im Schlussteil noch einmal die wichtigsten Ergebnisse zusammengefasst?			
2. Sprache			
Hat der Referent laut und deutlich gesprochen?			
Hat er / sie wichtige Begriffe mehrmals wiederholt bzw. visualisiert?			
Hat er / sie Stimme und Tonlage variiert?			
Wurden kurze, einfache und verständliche Sätze formuliert?			
Wurden überflüssige Fremdwörter vermieden und Fachbegriffe erläutert und visualisiert?			
3. Körpersprache			
Wurde der Vortrag durch Gesten unterstützt?			
Wurde Blickkontakt zu den Zuhörern gehalten?			
Stand er / sie immer zum Publikum gewendet?			
Stand er / sie immer an einer Stelle oder ist er/ sie durch den Raum gegangen?			
4. Medienauswahl			
Wurden die verwendeten Medien sinnvoll ausgewählt?			
Ist die Schriftgröße angemessen?			
Sind die Folien etc. übersichtlich und gut strukturiert?			
Wurde das Wichtigste durch Farben hervorgehoben?			

Wurden Zeichen und Symbole verwendet?			

Anhang 3

Bewertungskriterien für eine Facharbeit in Mathematik

I. Inhaltliche Aspekte [60 Pkt./120Pkt.]

I.1 Gliederung

Mögliche Erschließungsfragen:

- Ist die Gliederung hinsichtlich des Themas der Facharbeit sinnvoll?
- Geht die Gliederung klar aus dem Inhaltsverzeichnis hervor?
- Ist die Gliederung vollständig?
- …

I.2 Hinführung zu dem zentralen Thema

Mögliche Erschließungsfragen:

- Gelingt die Hinführung zu dem Thema?
- Ist das Thema sinnvoll eingegrenzt?
- …

I.3 Behandlung/Bearbeitung des zentralen Themas

Mögliche Erschließungsfragen:

- Ist das Thema sachlich richtig erarbeitet?
- Wie groß ist der Grad der Selbstständigkeit bei der Behandlung des Themas?
- Wird das Thema umfassend und verständlich dargestellt?
- Ist die Behandlung des Themas strukturiert und differenziert?
- Besitzt die Argumentation eine logische Struktur und Stringenz?
- …

I.4 Umgang mit Materialien und Quellen

Mögliche Erschließungsfragen:

- Wurden geeignete Materialien und Quellen ausgewählt?
- Ist der Umgang mit den Materialien und den Quellen souverän bzw. angemessen?
- Ist die Einbindung von Zitaten und Materialien sinnvoll?
- …

I.5 Beherrschung fachspezifischer Methoden

Mögliche Erschließungsfragen:

- Werden die verwendeten mathematischen Methoden nachvollziehbar begründet?
- Wurden geeignete mathematische Methoden ausgewählt?
- Wurden die ausgewählten mathematischen Methoden korrekt angewendet?
- …

I.6 Reflexion der einzelnen Ergebnisse

Mögliche Erschließungsfragen:

- Findet eine Reflexion der Ergebnisse statt?
- Wird eine kritische Distanz zu den Ergebnissen und Urteilen deutlich?
- …

II. Sprachliche Aspekte [20 Pkt./120 Pkt.]

II.1 Beherrschung der Fachsprache

Mögliche Erschließungsfragen:

- Wird die Fachsprache beherrscht?
- Werden außermathematische Kontexte in eine angemessene Fachsprache übersetzt?
- …

II.2 Beherrschung der deutschen Sprache

Mögliche Erschließungsfragen:

- Sind Rechtschreibung und Zeichensetzung korrekt?
- Gibt es grammatikalische Defizite?
- Ist der sprachliche Ausdruck differenziert und präzise?
- …

III. Formale Aspekte [10 Pkt./120 Pkt.]

III.1 Vollständigkeit der Arbeit

Mögliche Erschließungsfragen:

- Kommen alle Punkte des Inhaltsverzeichnisses in der Arbeit vor?
- Sind alle Kapitel und Unterabschnitte im Inhaltsverzeichnis mit korrekten Seitenzahlen aufgeführt?
- Ist ein Literaturverzeichnis vorhanden, in dem alle verwendeten Quellen und Materialien aufgeführt sind?
- Ist eine Schlusserklärung vorhanden?
- …

III.2 Formale Gestaltung der Facharbeit

Mögliche Erschließungsfragen:

- Ist die Facharbeit digital unter Zuhilfenahme eines Computers verfasst?
- Werden die Absprachen zur äußerlichen Gestaltung der Facharbeit eingehalten [z.B.: Schriftgröße, Rand, etc.]?
- Ist die Zitiertechnik korrekt?
- …

IV. Vortrag [30 Pkt./120 Pkt.]

IV.1 Inhalt

Mögliche Erschließungsfragen:

- Spiegelt der Vortrag den Inhalt des schriftlichen Teils der Facharbeit gut und vollständig wieder?
- Waren eventuell vorgenommene Kürzungen sinnvoll?
- War ein „roter Faden“ erkennbar?
- Wurde zu Beginn die Gliederung des Vortrags vorgestellt?
- Gab es eine Hinführung zum Thema (Einleitung), einen Hauptteil und einen Schluss?
- War die Einleitung so gestaltet, dass das Interesse der Zuhörer geweckt wurde?
- Wurden im Schlussteil die wichtigsten Aspekte noch einmal zusammengefasst?
- …

IV.2 Sprache

Mögliche Erschließungsfragen:

- Hat der Referent laut und deutlich gesprochen?
- Wurden neue Begriffe gut erklärt und wichtige Begriffe mehrmals wiederholt und visualisiert?
- Waren die Sätze kurz, einfach und verständlich?
- Wurde die Fachsprache korrekt angewendet?
- War die Sprechweise lebhaft oder monoton?
- Wurde der Vortrag frei gehalten oder abgelesen?
- …

IV.3 Körpersprache

Mögliche Erschließungsfragen:

- Wurde Blickkontakt zu den Zuhörern gehalten
- Wurde in Richtung der Zuhörer gesprochen?
- Wurde der Vortrag durch Gesten unterstützt?
- …

IV.4 Medienauswahl

Mögliche Erschließungsfragen:

- Wurden die ausgewählten Medien sinnvoll eingesetzt?
- War der Vortrag durch die Auswahl der Medien abwechslungsreich?
- War die Schriftgröße an der Tafel / bei Folien etc. angemessen?
- Waren die Folien / die Tafelanschriebe etc. gut strukturiert und übersichtlich?
- Wurde das Wichtigste hervorgehoben?
- Wurde die mathematische Formen- und symbolschreibweise richtig verwendet?
- …

Anhang 4

Gutachten für eine Facharbeit in Mathematik

Name der / des Studierenden:
Semester / Kursart:
Fach:
Fachlehrer / -in:
SS 20__ __ // WS 20 __ __/ __ __

Thema der Facharbeit:

I. Inhaltliche Aspekte [60 Pkt./120 Pkt.]

I.1	**Gliederung**	
I.2	**Hinführung zum Thema**	
I.3	**Behandlung / Bearbeitung des Themas**	
I.4	**Umgang mit Materialien und Quellen**	
I.5	**Beherrschung fachspezifischer Methoden**	
I.6	**Reflexion der Ergebnisse**	
	erreichte Punktzahl	

II. Sprachliche Aspekte [20 Pkt./120 Pkt.]

II.1	**Beherrschung der Fachsprache**	
II.2	**Beherrschung der deutschen Sprache**	
	erreichte Punktzahl	

III. Formale Aspekte [10 Pkt./120 Pkt.]

III.1	**Vollständigkeit der Arbeit**	
III.2	**Formale Gestaltung der Arbeit**	
	erreichte Punktzahl	

IV. Vortrag [30 Pkt./120 Pkt.]

IV.I	**Inhalt**	
IV.2	**Sprache / Körpersprache**	
IV.3	**Medienauswahl**	
	erreichte Punktzahl	

Erreichte Gesamtpunkzahl: _____

Daraus resultierende Note: _____

_____ _____

Ort, Datum Unterschrift

Bewertung

Punkte	Notenpunkte
120 - 114	sehr gut (plus)
113 - 108	sehr gut
107 - 102	sehr gut (minus)
101 - 96	gut (plus)
95 - 90	gut
89 - 84	gut (minus)
83 - 78	befriedigend (plus)
77 - 72	befriedigend
71 - 66	befriedigend (minus)
65 - 60	ausreichend (plus)
59 - 54	ausreichend
53 - 47	ausreichend (minus)
46 - 40	mangelhaft (plus)
39 - 33	mangelhaft
32 - 24	mangelhaft (minus)
< 24	ungenügend